NÚMEROS
Revista de Didáctica de las Matemáticas
http://www.sinewton.org/numeros
ISSN: 1887-1984
Volumen 100, mayo de 2019, páginas 73-77

El teorema de Pick o el teorema de Pitágoras, ¿cuál aplicar?

Andrés Nortes Checa
(Universidad de Murcia. España)

1. Introducción

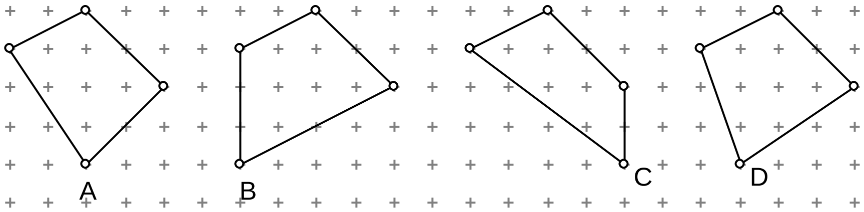
La diferencia entre perímetro y área es uno de los contenidos elementales de matemáticas cuya confusión la mantienen muchos estudiantes a lo largo de los años y que se hace extensivo a longitud de la circunferencia y área del círculo. Un alumno que no logre diferenciar estos dos conceptos en la enseñanza obligatoria mantendrá esa confusión a lo largo de los años y no será capaz de resolver problemas de la vida cotidiana en donde se apliquen dichos conceptos. Los alumnos del Grado de Maestro de Primaria serán los encargados de establecer en su profesión de maestros esta diferencia. Sin embargo, los alumnos de este grado no todos tienen aprehendida esa diferenciación. En este artículo se presentan algunos casos.

En Nortes y Nortes (2013) se analizaron los resultados de la aplicación de un problema de 6.º de Primaria a alumnos del Grado de Maestro de Primaria. Su enunciado era el siguiente: *"El suelo de la cocina de la casa de Inés es rectangular y está cubierto de baldosas. Cada baldosa es un cuadrado de 20 cm de lado. Inés ha contado las baldosas y le salen 20 en el lado más largo de la cocina y 15 en el lado más corto. a) ¿Cuántas baldosas hay en el suelo de la cocina? y b) ¿Cuál es el perímetro (en metros) de la cocina de Inés?"*. Se aplicó a alumnos del Grado de Maestro de Primaria de la Universidad de Murcia, de 2º, 3º y 4º. El 79,3% contestó bien a la primera pregunta y solo el 35,5% contestó bien a la segunda y el 32,69% a las dos partes, es decir que solo un alumno de cada tres resolvió el problema correctamente. El mismo problema se planteó a diplomados en Primaria que estaban realizando el Curso de Adaptación al Grado y solo uno de cada cuatro alumnos lo resolvió bien. La media de los alumnos del Grado de Maestro de Primaria es de 2,5 sobre diez, muy similar a 2,66 obtenida por los 53825 alumnos de 6.º de Primaria de la Comunidad de Madrid (CAM, 2012), lo que indica que los errores cometidos al utilizar mal los datos, interpretar incorrectamente el lenguaje, falta de verificación en la solución, definiciones incorrectas, errores de calculo y demás, se dan tanto en escolares como en futuros maestros (Socas, Hernández y Palarea, 2014).

2. El teorema de Pick y el teorema de Pitágoras en el cálculo de áreas y perímetros

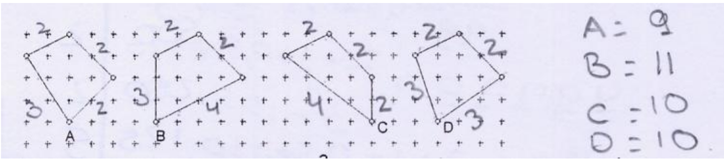
Dentro de los contenidos que se trabajan en la materia Enseñanza-Aprendizaje de las matemáticas (21 créditos) está la obtención de la fórmula (o teorema) de Pick y el teorema de Pitágoras, su aplicación y planteamiento de actividades a realizar en Primaria. En el Taller de matemáticas (3 créditos) se retoman estos contenidos con un aspecto globalizador y de reflexión. En este proceso los alumnos deben tener claro en que situaciones se aplica cada uno de ellos.

En el curso 2016/17 se propuso en el examen de Taller de Matemáticas de 4º curso el siguiente problema: "*De los siguientes cuadriláteros, ¿cuál es el de menor perímetro?, ¿y el de mayor perímetro?*



De los 19 alumnos que se presentaron al examen 6 responden a este problema, uno saca un 0,5, otro un 0,25 y cuatro sacan cero. El alumno que obtiene 0,5 empieza aplicando el teorema de Pitágoras para obtener los lados del cuadrilátero A y los lados del cuadrilátero B, obteniendo sus medidas y no escribe nada más. El que obtiene 0,25 empieza aplicando el teorema de Pitágoras pero comete una serie de errores que le lleva a escribir que el perímetro de A es 16 unidades. Los cuatro que obtienen cero hacen los siguientes razonamientos:

- "*Si nos fijamos en el perímetro es razonable comprobar qué elástico o cuerda entra en contacto con más cuadrículas, ya que si supone una distancia entre ellas (u) es solo pensar que a más distancia más cuadraditos cortará o solapará. Es la opción B la de mayor perímetro*".
- "*El perímetro es la suma de todos los lados. Al estar dibujados los polígonos en una cuadrícula podemos obtener el polígono de menor perímetro, desconociendo la longitud de los lados. Según contando cuadrículas obtenemos: A=2+2+2+3=9; B=4+3+2+2=11 C=4+2+2+2=10 y D=3+3+2+2=10, por lo que el de menor a mayor perímetro, se resolverá así: A<C<D<B. El polígono A es el de menor perímetro mientras que el B el mayor*".



- "*El perímetro mayor de las figuras incluidos cuadricula es la figura B y C ya que las sumas de sus lados da un valor mayor que el resto de las figuras tomando como medida que entre cada punto de la cuadrícula hay una unidad. A=2+2+2+3=9 u; B=2+2+3+4=11 u, C=4+2+2+3=11 u y D=2+2+3+3=10 u. B y C tiene el mismo perímetro*".
- El cuarto contesta así:

② Si sabemos que el área de un cuadrilátero es proporcional a su perímetro, ~~dado~~ es decir, cuanto mayor es el área mayor es el perímetro, y podemos saber el área de estos polígonos contando los puntos que contiene en su interior, podemos llegar a la conclusión de que el perímetro menor es el de la figura C, ya que su área también es menor.
La figura C contiene 5 puntos si cada uno equivale a 1cm²
ⓑ su área será de 5cm² y el resto 6cm².

Se planteó este mismo problema a los alumnos de Matemáticas y su didáctica de 2º el 13 de junio de 2017, en un examen al que se presentaron 42 alumnos de los que uno, aplicando el teorema de Pitágoras, calcula los lados, los suma y da la respuesta correcta. Dos alumnos utilizando la regla miden los lados en el dibujo y obtienen el resultado de esta forma; otros cinco utilizan el teorema de Pitágoras pero cometen errores. Hay trece alumnos que dicen aplicar para su resolución la Fórmula de Pick. Algunas respuestas son:

- "*B es la figura que mayor perímetro tiene teniendo en cuenta que las diagonales no valen como los demás según la fórmula de Pick y que valen raíz de 2*".
- Dos alumnos dicen que "*aplicando la fórmula de Pick resulta A=7, B=7, C=6 y D=8. D es el cuadrilátero de mayor perímetro*".
- Otro alumno aplica bien la fórmula de Pick y añade: "*El perímetro de la figura B es el mayor de todos, debido a que su área es mucho mayor a la de los demás*".
- El resto de alumnos, con mayor o menor acierto, calculan el área de los cuadriláteros aplicando la fórmula de Pick.

Un alumno cuenta cuadrículas y pone que A=9, B=11, C=10 y D=10 y dice que B es el de mayor perímetro. Pero hay una serie de alumnos que escriben cosas sin una argumentación matemática apropiada. Algunos de estos casos los reproducimos:

---

5 El cuadrilátero A y B tienen los mismos punto dentro del cuadrilátero, que son 6.
$6 \cdot 4 = 24\ u^2$
El cuadrilátero C tiene 5 y el D tiene 7.
$5 \cdot 4 = 20\ u^2$ $\qquad 7 \cdot 4 = 28\ u^2$.
El cuadrilátero de mayor perímetro = D

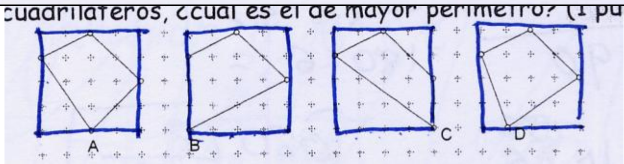
El cuadrilátero menor es C respecto a su perímetro, ya que su superficie también es menor, ~~[illegible]~~

---

5. El perímetro es la suma de los lados del polígono, todos tienen el mismo perímetro, es decir, cuatro lados, como indica el propio nombre. Aunque tengan distinta forma y varíe el interior, el perímetro es el mismo para todos.

---

(5) El cuadrilátero de menor perímetro sería el primero, puesto que si contamos sus lados y nos fijamos en sus puntos interiores observamos que es el que da números más bajos.



Como podemos observar en el dibujo tienen todos el mismo perímetro 4x4.

4. Conclusiones

La Fórmula de Pick es un procedimiento utilizado en Primaria para obtener áreas de figuras dibujadas sobre una cuadrícula cuyos vértices son puntos de la misma. Jiménez-Gestal y Blanco (2017) en una experiencia llevada a cabo con alumnos de 3º del Grado de Maestro de Primaria constataron las dudas y errores para el cálculo de longitudes y perímetro de figuras cuando los lados no aparecían de forma horizontal o vertical y es frecuente que los alumnos indiquen 4 al perímetro de un cuadrado dibujado con un punto en su interior y que en un cuadrado dibujado en una trama con cuatro puntos en su interior indique la mayoría que el lado mide 2 unidades, "siendo muy escasos los que responden utilizando correctamente el teorema de Pitágoras y menos los que dan la respuesta correcta" (p. 12). El contexto en el que se plantea este problema es muy diferente a los presentados en nuestro estudio y sin embargo los errores se manifiestan de forma similar, no utilizando el teorema de Pitágoras y confundiendo la longitud de cada lado como si fuera un trazado horizontal o vertical.

La diferencia entre perímetro y área y su aplicación en problemas fuera de los utilizados en los libros de texto pone de manifiesto que no se tiene aprehendida su diferencia, ni tampoco si la fórmula de Pick sirve para calcular un área o un perímetro, que la aplicación del teorema de Pitágoras está fuera del alcance de los alumnos y sobretodo la falta de concentración a la hora de resolver un problema, corroborado en los resultados obtenidos en Nortes y Nortes (2013). En este breve artículo se quiere poner de manifiesto las dificultades que los alumnos del Grado de Maestro de Primaria tienen para aplicar estos conceptos y los errores más frecuentes, para intentar corregirlos antes de que terminen sus estudios y sean profesores de matemáticas.

Bibliografía

CAM (2012). Prueba de conocimientos y destrezas indispensables (CDI). 6º Primaria. Matemáticas. Madrid. Comunidad Autónoma de Madrid Recuperado en febrero de 2019 de: https://www.educa2.madrid.org/web/educamadrid/principal/files/57ae2025-672a-4f9a-b567-ab378e5be248/CDI%20MATES%20PRIMARIA%202012.pdf?t=1381926628971

Jiménez-Gestal, C. y Blanco, L. J. (2017). El teorema de Pick como pretexto para la enseñanza de la Geometría con estudiantes para maestro. *Números, 94*, 7-21.

Nortes Martínez-Artero, R. y Nortes Checa, A. (2013). Perímetro y Área. Un problema en futuros maestros. *Números*, *84*, 65-85.

Socas, M. M., Hernández, J. y Palarea, M. M. (2014). Dificultades en la resolución de problemas matemáticos para profesores de educación primaria y secundaria. En J. L. González, J. A. Fernández-Plaza, E. Castro-Rodríguez, M. T. Sánchez-Compaña, C. Fernández, J. L. Lupiáñez y L. Puig (Eds.), *Investigaciones en Pensamiento Numérico y Algebraico e Historia de la Matemática y Educación Matemática 2014* (pp. 145-154). Málaga: Dpto. de Didáctica de las Matemáticas, de las Ciencias Sociales y de las Ciencias Experimentales y SEIEM. Recuperado en febrero de 2019 de: http://www.seiem.es/docs/grupos/pna/ActasPNA2014.pdf

Andrés Nortes Checa. Facultad de Educación. Universidad de Murcia. Líneas de investigación sobre enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas en el Grado de Maestro de P**r**imaria.
Email: anortes@um.es.