"LA RUINA DE UN JUGADOR". APLICACIONES DIDACTICAS DE LOS NUMEROS ALEATORIOS.

Por F. HERNANDEZ GUARCH, A. ARRIBI LOPEZ
y J. M. LIMIÑANA CAÑAL.
Dpto. de Cibernética y Ciencias Básicas.
Colegio Universitario de Las Palmas.

Este trabajo desea continuar el tema iniciado en "La generación de números aleatorios mediante computadora. Sus aplicaciones en didáctica", que se publicó en el primer Boletín de la Sociedad del año 1980.

Es claro que el "Método de Montecarlo", para simulación, sólo tiene sentido si no existe una solución analítica exacta. Sin embargo, hay situaciones muy frecuentes en didáctica en las que, aun existiendo un método, no es asequible por su complicación lógica o el grado de desarrollo matemático necesario para establecerlo. Y aquí puede ser interesante la solución del problema por el método de Montecarlo, que en general precisa un aparato matemático muy pobre y una lógica mínima. (Su inconveniente es la gran cantidad de trabajo rutinario que hay que desarrollar si no se dispone de un computador).

Veamos, como ejemplo de lo anteriormente expuesto, el problema de "La ruina de un jugador".

Es este un problema clásico en el apartado de "recorridos aleatorios". Su planteamiento es sencillo en términos del método de Montecarlo: Un jugador está apostando, con una "fortuna inicial" y con una meta, que llamaremos "fortuna deseada". Ambas cantidades fijadas a priori. Existe una probabilidad de ganar también conocida P, y se desea averiguar la probabilidad de que se arruine, de que alcance su objetivo ("fortuna deseada"), el valor de la ganancia media (suponiendo que juegue indefinidamente), y la duración media del juego en unidades de tiempo iguales a la duración de una apuesta.

Este problema admite una solución analítica (que puede verse casi en cualquier libro de procesos estocásticos o de estadística superior.

Por ejemplo PARZEN E.: "Procesos estocásticos". Ed. Paraninfo. Madrid, 1971; o en "Introducción a la teoría de probabilidades y sus aplicaciones", de W. FELLER. Ed. Limusa. México, 1973), pero que queda fuera del alcance del nivel de matemáticas de Bachillerato. Quizá fuera posible, sin embargo, el que un buen alumno de COU lo entendiera si se le dedicara el tiempo suficiente. Por desgracia, el tiempo no suele sobrar.

De la aplicación de esta solución analítica, sale la siguiente tabla, que ha sido tomada del libro ya citado de E. PARZEN, (pg. 273):

Fortuna inicial.	Fortuna deseada.	Probabilidad de ganar en cada jugada.	Probabilidad de ruina.	Ganancia media.	Duración media del juego.
9	10	0,50	0,1	0	9
9	10	0,45	0,21	-1,1	11
99	100	0,45	0,182	-17,2	171,8
90	100	0,50	0,1	0	900
90	100	0,45	0,866	-76,6	756,6
90	100	0,40	0,983	-88,3	441,3

Veamos ahora cómo construiríamos un recorrido aleatorio sencillo que nos condujese a una solución aproximada. Ante todo hay que indicar que cada situación debe repetirse un número suficiente de veces para que la frecuencia esté suficientemente estabilizada. (Se discutió en el artículo anterior, al que aludíamos al comienzo, la velocidad de convergencia de estos métodos).

Fijados los valores iniciales de fortuna, fortuna deseada y probabilidad de ganar (por ejemplo, en el 1er. caso 9, 10 y 0,5 respectivamente), simulamos, mediante un número aleatorio obtenido de una tabla o por otro medio suficientemente contrastado, las sucesivas apuestas de la forma siguiente: Reducimos el número aleatorio a un valor entre 0 y 1 y lo comparamos con el valor p (probabilidad de ganar), de tal forma que si el número es menor que p, suponemos ganada la apuesta, añadiendo su valor a la fortuna inicial; si es mayor, se restará y el juego continuará hasta que lleguemos bien a cero (ruina) o bien a conseguir la fortuna deseada. Con un proceso simple de contaje, podemos obtener cuál es la duración del juego, y repitiendo de nuevo todo el proceso un número suficientemente grande de veces, podremos encontrar la probabilidad de ruina, la duración media y la ganancia media (probabilidad de ruina x fortuna inicial + probabilidad de alcanzar la fortuna deseada x fortuna deseada - fortuna inicial).

Como puede verse, el esquema lógico es sencillísimo. Su único inconveniente es que tendremos que hacer la experiencia de cada juego completo al menos 1000 veces para obtener una aproximación razonable de los distintos valores buscados. Consultada la tabla, vemos que para la primera fila necesitaremos unos 9000 números aleatorios y para la cuarta unos 900000. Es decir, sólo la primera, la segunda fila y similares estarán realmente a nuestro alcance (en un aula de 30 ó 40 alumnos bastará que cada uno de ellos simule 30 juegos completos aproximadamente).

Nosotros creemos que los lenguajes de programación, tales como el BASIC y el uso de ordenadores (o terminales) de pequeña capacidad debería estar al alcance de todos los Institutos y en esa dirección estamos preparando una comunicación para las Jornadas de la Sociedad que se celebrarán en Mayo en Las Palmas. Al final de este artículo puede verse el programa que ha sido preparado en BASIC, siguiendo el esquema lógico antes apuntado y con el que hemos construido la tabla que verán posteriormente, réplica de la anterior.

El ordenador, un HP-3.000, tardó aproximadamente ocho minutos en resolver el problema. Podemos calcular que manejó aproximadamente 2.300.000 números aleatorios. En un ordenador de menor capacidad, como los que postulamos para los Institutos, se tardaría desde luego bastante más tiempo, pero sería un problema, entre otros muchos, asequible.

He aquí la tabla obtenida:

Fortuna inicial.	Fortuna deseada.	Probabilidad de ganar en cada jugada.	Probabilidad de ruina.	Ganancia media.	Duración media del juego.
9	10	0,5	0,117	-0,17	9,236
9	10	0,45	0,21	-1,1	11,246
99	100	0,45	0,173	-16,3	163,108
90	100	0,5	0,123	-2,3	1002,73
90	100	0,45	0,873	-77,3	746,154
90	100	0,4	0,988	-88,8	445,796

Mientras escribíamos este artículo, estuvo en Las Palmas y dio una conferencia sobre "La calculadora en el aula", el profesor Ricardo Aguado, en la que tocó temas de números aleatorios parecidos a los expuestos por nosotros en el artículo anterior (por ejemplo, la obtención del valor de π) aunque al hacerlo con calculadora, sus series eran forzosamente más cortas que las nuestras, que las generamos con un computador. En esta misma línea, enfocó el problema del "coleccionista de cromos", un problema bonito, pero con muchas implicaciones sociológicas como para dar una respuesta general. Hemos construido un programa en BASIC, para el caso de un coleccionista aislado y otro para el de dos coleccionistas que se intercambian cromos. Los dos programas se dan como apéndice. Las soluciones encontradas repitiendo 100 veces cada caso (suponiendo que la colección es de 100 cromos), son de 518 cromos para el coleccionista aislado y de 326 cromos para cada uno de los coleccionistas que los intercambian (sólo se intercambian 22 cromos).

Creemos, sin embargo, que sería más real pensar en intercambios totales (es decir, comunicación durante toda la colección), con cinco o seis coleccionistas e intercambios parciales (sólo en partes aisladas de la colección) con muchos más. El modelo será, por tanto, mucho más complicado.

**** **** ****

(Nota: Los autores tienen los programas utilizados a disposición de quienes los soliciten).