

También tenemos las del dominó

José Antonio Rupérez Padrón y Manuel García Déniz (Club Matemático¹)

Resumen

Soluciones a los problemas y ejercicios propuestos en nuestro anterior artículo, primero de esta serie sobre dominós. Problemas de lógica y de cálculo combinatorio asociados a los juegos de dominó. Conversión en fracciones de las fichas de dominó y cálculos que se pueden hacer con ellas. Número de fichas y totales de puntos para los juegos de dominó con 7, 8, ... palos.

Palabras clave

Juegos de dominó. Número de fichas de dominós. Cantidad de puntos de las fichas del dominó. Problemas de lógica y cálculo combinatorio con dominós.

Abstract

Solutions to the problems and exercises proposed in our previous article, first in this series on dominoes. Logic and combinatorial computation problems associated with domino games. Conversion into fractions of dominoes and calculations that can be done with them. Number of chips and total points for domino games with 7, 8, ... sticks.

Keywords

Domino games. Number of dominoes. Number of domino chip points. Problems of logic and combinatorial calculus with dominoes.

Decíamos, hace ya dos artículos atrás, que presentábamos un puzzle muy interesante para realizar con las fichas del dominó. Y hace uno solamente les dábamos algunas pistas para ayudar a los que aún no habían encontrado la solución. Era el siguiente.

Tablero dominó

En este tablero de la figura 1 están contenidas las 28 fichas del dominó (el 0 equivale al espacio en blanco y hay tantas fichas como combinaciones de números más las 7 "dobles"), unas en horizontal y otras en vertical. Se trata de definir los contornos de todas las piezas (como la marcada del [0|0]) de manera que estén todas y encajen perfectamente.

Llegó el momento de ofrecerles nuestros resultados, detallados, como siempre, y siguiendo nuestro esquema de resolución. Presentamos un segundo camino para encontrar las soluciones mediante árboles que permiten visualizar los razonamientos. Contrástelas con la suya.

1	3	4	4	0	2	3
3	2	3	4	0	3	3
0	2	0	2	5	6	5
6	5	0	6	0	1	5
2	4	1	4	3	5	6
4	5	0	1	5	4	2
1	1	3	6	1	6	2
1	5	0	4	2	6	6

Figura 1

¹ El Club Matemático está formado por los profesores José Antonio Rupérez Padrón y Manuel García Déniz, jubilados del IES de Canarias-Cabrera Pinto (La Laguna) y del IES Tomás de Iriarte (Santa Cruz de Tenerife), respectivamente. jaruperez@gmail.com / mgarciadeniz@gmail.com



Proceso de resolución:

Comprender

Datos: Un tablero 7x8 con números escritos en las casillas (el cero es el blanco). Las 28 fichas del dominó doble-seis.

Objetivo: Definir los contornos de todas las piezas (como la marcada del [0|0]).

Relación: Deben estar todas las fichas y encajar perfectamente, sin espacios vacíos ni superposiciones.

Diagrama. El que nos ofrece el problema. Una lista.

Pensar

Estrategia: **organizar la información** de manera sistemática; **ensayo y error**

Ejecutar

1. Hacer una lista ordenada de las 28 fichas del dominó.
2. Eliminar de la lista el [0|0], que ya está colocada.
3. Buscar en el tablero aquellas fichas que aparezcan una sola vez: son el [5|5] y el [1|2]. Eliminarlas de la lista. (Figura 2)

1	3	4	4	0	2	3
3	2	3	4	0	3	3
0	2	0	2	5	6	5
6	5	0	6	0	1	5
2	4	1	4	3	5	6
4	5	0	1	5	4	2
1	1	3	6	1	6	2
1	5	0	4	2	6	6

Figura 3

derecha del tablero. (Figura 4)

1	3	4	4	0	2	3
3	2	3	4	0	3	3
0	2	0	2	5	6	5
6	5	0	6	0	1	5
2	4	1	4	3	5	6
4	5	0	1	5	4	2
1	1	3	6	1	6	2
1	5	0	4	2	6	6

Figura 4

4. Analizar cuáles son las mejores posibilidades para realizar un **ensayo y error** a partir de una ficha dada. Son el [3|3], el [4|4] y el [2|2]. Sólo ofrecen dos posibilidades de ser colocadas (figura 3).

5. Elegimos una de ellas. Por ejemplo, el [2|2]. Y consideramos como ensayo su posición en la parte inferior

6. Buscamos, a partir de la lista, qué fichas quedan determinadas de forma lógica. Se encuentran [6|6], [5|6], [4|6] y [3|5]. Eliminarlas de la lista (figuras 4 y 5).

7. Ver si es posible colocar alguna más repasando la lista. No se puede.

00	01	02	03	04	05	06
	11	12	13	14	15	16
		22	23	24	25	26
			33	34	35	36
				44	45	46
					55	56
						66

00	01	02	03	04	05	06
	11	12	13	14	15	16
		22	23	24	25	26
			33	34	35	36
				44	45	46
					55	56
						66

00	01	02	03	04	05	06
	11	22	13	14	15	16
		22	23	24	25	26
			33	34	35	36
				44	45	46
					55	56
						66

Figura 2

00	01	02	03	04	05	06
	11	22	13	14	15	16
		22	23	24	25	26
			33	34	35	36
				44	45	46
					55	56
						66

Figura 5

8°. Hacer un nuevo ensayo. Por ejemplo, con el [3|3]. Elegir la posición [3|3] horizontal.

9. Repetir la acción descrita en el punto 6°. Se encuentran [2|3], [0|4], [1|6], [0|6], [0|5], [2|4] y [0|2]. (Figuras 6 y 7)

10. Al analizar la tabla para buscar alguna de las fichas restantes encontramos que la ficha [2|5] no puede ser colocada. Eso indica que el ensayo [3|3] no era correcto.

Figura 7

11. Volvemos atrás, a la posición de la figura 2, y realizamos ahora el ensayo [3|3] en la posición vertical.

Figura 6

12. Repetimos la acción descrita en el punto 6°. Se encuentran [1|3], [1|1] y [1|5]. Se eliminan de la lista. (Figura 8 y Figura 9)

Figura 8

13. Con el resto de la lista tratamos de colocar alguna ficha más de modo lógico. No podemos.

14. Es el momento de hacer un nuevo ensayo, esta vez con la ficha [4|4]. Elegimos la posición vertical.

15. Eso permite colocar la totalidad de las fichas restantes,

con la curiosidad de que las fichas [1|1] y [1|5], que se colocan al final, pueden ser colocadas en dos posiciones. Tenemos dos soluciones.

Figura 9

Solución: Tenemos, pues, dos soluciones (Figura 10).

Figura 10



Responder

Comprobación: Verificar que todas las fichas del dominó aparecen en el tablero.

Análisis: Hemos encontrado dos soluciones para los ensayos realizados. No obstante, hemos dejado sin explorar el ensayo [4|4] en posición horizontal. No podemos por tanto asegurar que son las únicas soluciones. Habrá que probar.



Figura 11

Al hacerlo encontramos fácilmente la configuración de la figura 11 en la que sólo nos quedan por colocar seis fichas. Las mostradas en la figura 12

Elegimos probar la ficha [0|3], primero en la posición vertical inferior y, después, en la posición horizontal superior.

Y, curiosamente, cada una de ellas nos da una solución correcta. Hay dos soluciones más. Cuatro en total.

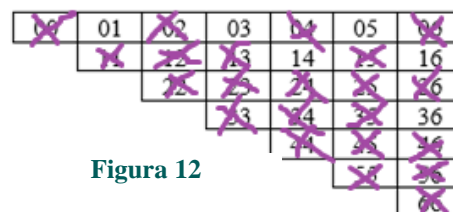


Figura 12

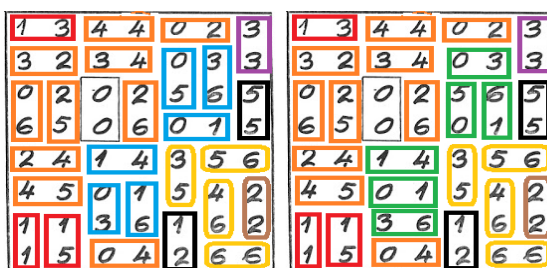


Figura 13

Respuesta:

Hay cuatros soluciones que marcan las 28 fichas del dominó sobre el tablero proporcionado. Ver figura 14.

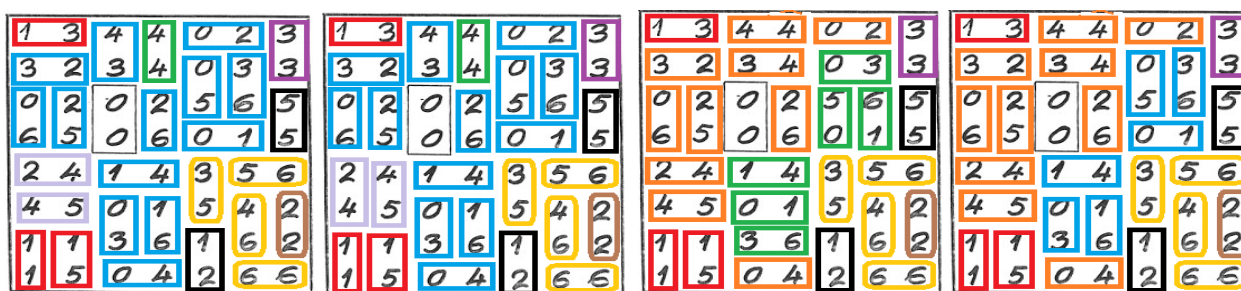
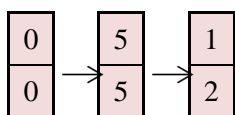


Figura 14

Junto a la solución obtenida por este razonamiento, ofrecemos otra manera de llegar a la misma, siguiendo otra secuencia lógica. Comenzamos como antes buscando las fichas que no estén repetidas, como es el doble blanco o doble cero (Tablero 1),

Vemos que los dominós [5|5] y [1|2] tampoco se repiten (Tablero 2). Y no hay más.



Tablero 1

1	3	4	4	0	2	3
3	2	3	4	0	3	3
0	2	0	2	5	6	5
6	5	0	6	0	1	5
2	4	1	4	3	5	6
4	5	0	1	5	4	2
1	1	3	6	1	6	2
1	5	0	4	2	6	6

Tablero 2

1	3	4	4	0	2	3
3	2	3	4	0	3	3
0	2	0	2	5	6	5
6	5	0	6	0	1	5
2	4	1	4	3	5	6
4	5	0	1	5	4	2
1	1	3	6	1	6	2
1	5	0	4	2	6	6

Ahora buscamos un dominó que se repita el mínimo de veces, en dos ocasiones; tal es el caso del [3|3] o el [1|4]. Nos centramos en el [3|3] de la esquina superior derecha. Hay dos opciones: comenzar con la ficha en vertical o en horizontal.

Tablero 2,1

1	3	4	4	0	2	3
3	2	3	4	0	3	3
0	2	0	2	5	6	5
6	5	0	6	0	1	5
2	4	1	4	3	5	6
4	5	0	1	5	4	2
1	1	3	6	1	6	2
1	5	0	4	2	6	6

Tablero 2,1,1

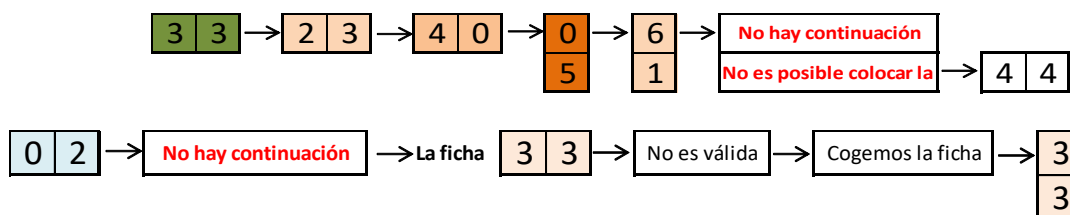
1	3	4	4	0	2	3
3	2	3	4	0	3	3
0	2	0	2	5	6	5
6	5	0	6	0	1	5
2	4	1	4	3	5	6
4	5	0	1	5	4	2
1	1	3	6	1	6	2
1	5	0	4	2	6	6

Tablero 2,1,2

1	3	4	4	0	2	3
3	2	3	4	0	3	3
0	2	0	2	5	6	5
6	5	0	6	0	1	5
2	4	1	4	3	5	6
4	5	0	1	5	4	2
1	1	3	6	1	6	2
1	5	0	4	2	6	6

Cuando comenzamos con la ficha horizontal llegamos en pocos pasos a un bloqueo, después de considerar todas las posibilidades de las fichas que contactan con la [3|3] (Tablero 2,1), como podemos ver en la siguiente secuencia donde la ficha [4|0] se ha de tomar obligadamente, al no ser posible la [0|0], que ya está colocada. También podemos buscar que dominós no aparecen repetidos, y que son: [0|2], [2|5], [3|6], [5|6], [0|3] y [0|6] (Tablero 2,1,1).

Pero también podemos darnos cuenta al estudiar qué fichas no se repiten, que no aparece la [4|4], o que si elegimos continuar con la [0|2] no hay continuación. Por tanto, comenzar con la ficha [3|3] horizontal no es una buena elección.



Veamos con la ficha [3|3] en vertical de la esquina superior derecha (Tablero 2,2). En este caso continuamos con la [3|6], que tiene menos opciones que la [2|3], por ejemplo. Esto hace que la ficha [2|3] pueda ser una de las tres que se muestran en el Tablero 2,2,1 arriba a la izquierda.

Tablero 2,2

1	3	4	4	0	2	3
3	2	3	4	0	3	3
0	2	0	2	5	6	5
6	5	0	6	0	1	5
2	4	1	4	3	5	6
4	5	0	1	5	4	2
1	1	3	6	1	6	2
1	5	0	4	2	6	6

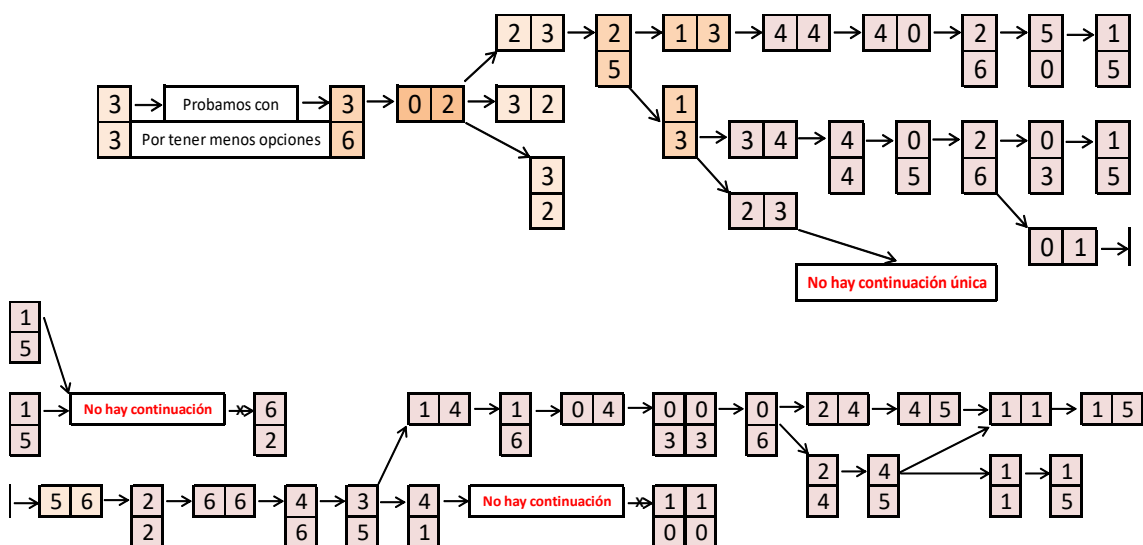
Tablero 2,2,1

1	3	4	4	0	2	3
3	2	3	4	0	3	3
0	2	0	2	5	6	5
6	5	0	6	0	1	5
2	4	1	4	3	5	6
4	5	0	1	5	4	2
1	1	3	6	1	6	2
1	5	0	4	2	6	6

Tablero 2,2,2

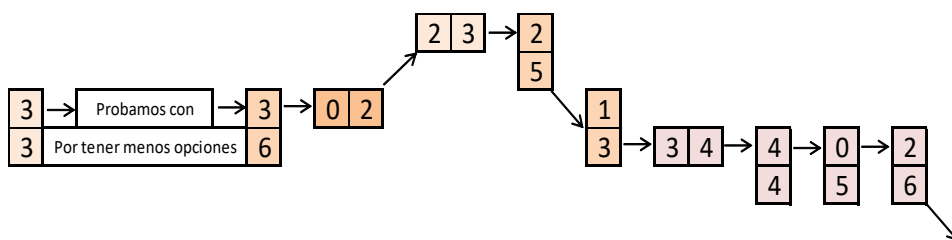
1	3	4	4	0	2	3
3	2	3	4	0	3	3
0	2	0	2	5	6	5
6	5	0	6	0	1	5
2	4	1	4	3	5	6
4	5	0	1	5	4	2
1	1	3	6	1	6	2
1	5	0	4	2	6	6

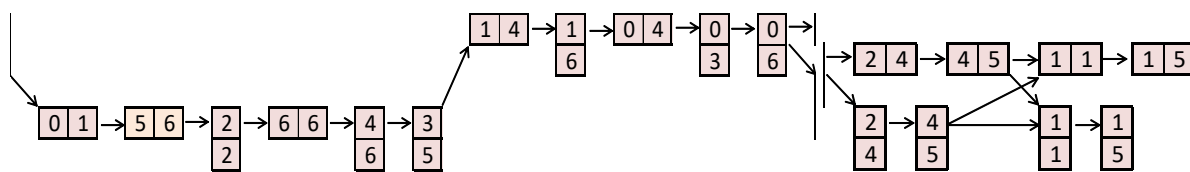
Esta decisión no lleva a la siguiente secuencia de piezas construida en forma de árbol. Siguiendo el árbol vemos que alguno de los itinerarios conduce a bloqueos, no hay una continuación.



Las soluciones encontradas provienen de que en alguna intersección del árbol es posible elegir las piezas en horizontal o en vertical, como se puede comprobar.

Poniendo sólo el recorrido válido, vemos que aparecen cuatro soluciones.





Los tableros 0M y 0J muestra dos soluciones obtenidas, cada una, por uno de los métodos expuestos.

Tablero 0M

1	3	4	4	0	2	3
3	2	3	4	0	3	3
0	2	0	2	5	6	5
6	5	0	6	0	1	5
2	4	1	4	3	5	6
4	5	0	1	5	4	2
1	1	3	6	1	6	2
1	5	0	4	2	6	6

Tablero 0J

1	3	4	4	0	2	3
3	2	3	4	0	3	3
0	2	0	2	5	6	5
6	5	0	6	0	1	5
2	4	1	4	3	5	6
4	5	0	1	5	4	2
1	1	3	6	1	6	2
1	5	0	4	2	6	6

Pero también habíamos propuestos otros problemas para solucionar, siempre con el juego del dominó. Veamos sus soluciones.

¿Cuántas piezas tiene un dominó determinado?

La resolución no está en el proceso de contarlas, sino en utilizar una estrategia adecuada, por ejemplo, BUSCAR PATRONES. Su puede comenzar viendo cuántas piezas tiene cada dominó, empezando por los más pequeños (el dominó que llega al doble 4 tiene quince piezas, el que llega al doble 5 tiene veintiuna piezas, etc.). Después establecer la relación entre ambas variables y construir el patrón. GENERALIZAR después y hallar una fórmula general. Veamos, pues, algunas cuestiones resolubles también mediante la combinatoria.

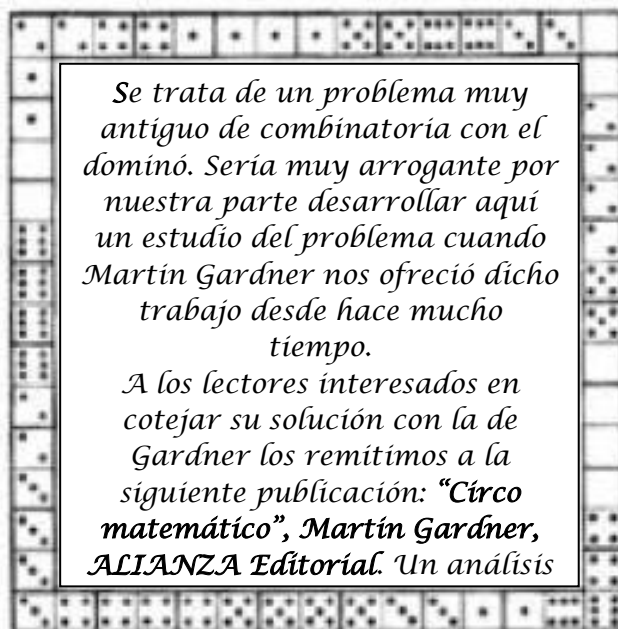
De esa forma podemos llegar a una fórmula general como la siguiente: $CR_{p,2} = \frac{p(p+1)}{2}$

Al aplicarla obtenemos los siguientes valores:

Palos	Juego	Número de fichas
7	6-6	$7 \times 8 / 2 = 56 / 2 = 28$
8	7-7	$8 \times 9 / 2 = 36$
10	9-9	55
13	12-12	91
16	15-15	136



¿De cuántas formas pueden colocarse en hilera todas las fichas de un juego completo (doble seis), sometidas a la regla habitual de que los extremos de piezas en contacto tengan valores iguales?



De un juego completo de 28 fichas de dominó queremos tomar dos que casen. ¿De cuántas formas distintas podemos hacerlo?

En el dominó dos fichas casan cuando tienen extremos iguales. Ej.: el 2-5 casa con el 5-0.

La respuesta es que se trata de 252 formas distintas. Proviene de separar el estudio en los dos casos posibles:

- (1) que una ficha sea un doble, lo que da 7 x 6 casamientos
- (2) que ninguna sea doble, lo que da 21 x 10 casamientos.

Eso nos da un total de $7 \times 6 + 21 \times 10 = 42 + 210 = 252$.

Si ignoramos la blanca doble (o doble 0) podemos considerar las 27 fichas restantes del dominó como una fracción menor o igual que uno.

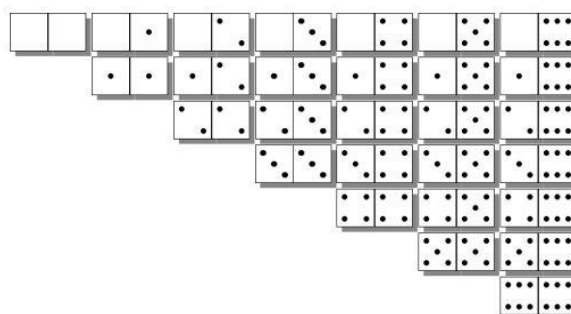
Por ejemplo, la ficha de la figura sería $2/6$.

¿Cuánto suman las 27 fichas de un dominó, consideradas como fracciones?



Tomamos 27 fichas del dominó doble seis, excluido el doble cero. Debemos considerar cada una como una fracción menor o igual que uno.

Y tener en cuenta que para sumar fracciones éstas deben tener el mismo denominador.



Podemos utilizar una tabla para formar las fichas del dominó. Y utilizar la estrategia de ORGANIZAR LA INFORMACIÓN.

Las fichas del dominó más usual (doble 6: siete palos) son:

En total, $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$ fichas.

0-0	0-1	0-2	0-3	0-4	0-5	0-6
	1-1	1-2	1-3	1-4	1-5	1-6
		2-2	2-3	2-4	2-5	2-6
			3-3	3-4	3-5	3-6
				4-4	4-5	4-6
					5-5	5-6
						6-6

Se transforman en fracciones tomando el primer número como numerador y el segundo como denominador. Se excluye el [0|0] por originar la fracción 0/0 que no tiene sentido en matemáticas a estos niveles.

Las fracciones que tiene numerador cero tienen un valor cero. Son seis. Solamente hemos de sumar las 21 restantes. Para hacerlo de forma cómoda bastará con agrupar entre sí (organizar la información) las que tienen el mismo denominador.

Sumando las 21 fracciones correspondientes a las fichas no nulas:

$$\begin{aligned} & 1/1 + (1/2 + 2/2) + (1/3 + 2/3 + 3/3) + (1/4 + 2/4 + 3/4 + 4/4) + (1/5 + 2/5 + 3/5 + 4/5 + 5/5) + \\ & (1/6 + 2/6 + 3/6 + 4/6 + 5/6 + 6/6) = 1/1 + 3/2 + 6/3 + 10/4 + 15/5 + 21/6 = 1 + 3/2 + 2 + 5/2 + 3 + 7/2 \\ & = (1 + 2 + 3) + (3/2 + 5/2 + 7/2) = 6 + 15/2 = 27/2 = 13 + 1/2 = 27/2 \end{aligned}$$

Para comprobar esta solución podemos realizar la misma operación sin simplificar los resultados parciales hasta tener el resultado final:

$$\begin{aligned} & 1/1 + 1/2 + 2/2 + 1/3 + 2/3 + 3/3 + 1/4 + 2/4 + 3/4 + 4/4 + 1/5 + 2/5 + 3/5 + 4/5 + 5/5 + 1/6 + \\ & 2/6 + 3/6 + 4/6 + 5/6 + 6/6 = (60 + 30 + 60 + 20 + 40 + 60 + 15 + 30 + 45 + 60 + 12 + 24 + 36 + 48 + \\ & 60 + 10 + 20 + 30 + 40 + 50 + 60) / 60 = 810/60 = 81/6 = 27/2. \end{aligned}$$

La solución es única. El problema puede ser generalizado a los distintos tipos de dominó (doble 9, doble 12, etc.).

La respuesta, por tanto, es: Las 27 fichas (distintas del [0|0]) de un dominó común suman 27/2.

Determine la suma de todos los puntos que contienen las fichas del dominó.

La suma de todos los puntos del dominó doble seis es de 168. Podemos recurrir a la fuerza bruta para calcularlo, es decir, realizar la suma de todos los puntos ficha por ficha. Desde luego no es lo más inteligente, ni educativo y sí muy, pero que muy, aburrido.

Utilizaremos otra manera. Supongamos que disponemos de dos juegos de dominó, en total 56 fichas.

Las dividimos en 28 parejas, cada una formada por dos fichas de diferente juego y de tal manera que la suma de los puntos en cada dos cuadrados de diferentes fichas sea igual a 6. Por ejemplo: [3|5] y [3|1]; [6|4] y [0|2]; [0|6] y [6|0]; [3,3] y [3|3]. Esto es bastante sencillo de realizar. Podemos continuar y hacerlo con todas las fichas.



También tenemos las del dominó

J. A. Rupérez Padrón y M. García Déniz

Cuando hayamos terminado de emparejar el juego tendremos que la suma de puntos en cada par de fichas será igual a 12. Como tenemos 28 parejas el cálculo de la suma de puntos en los dos juegos del dominó será igual a $28 \times 12 = 336$.

Las fichas de un solo juego contendrán la mitad de puntos, es decir, 168 puntos.

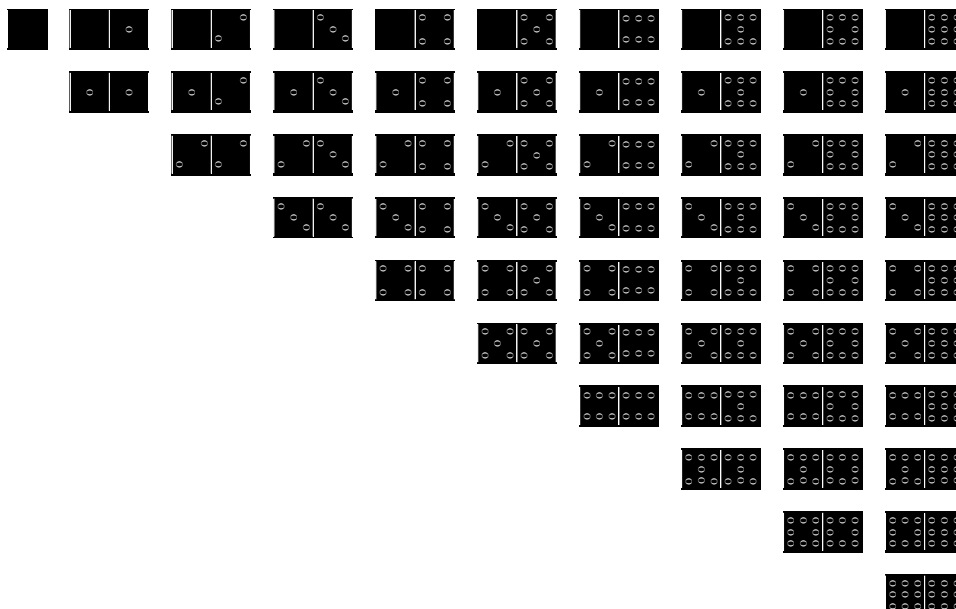
Número de puntos = $(p + 1) p (p - 1) / 2 = (\text{n}^\circ \text{ de fichas}) (p - 1)$

Juego	Total de puntos
6-6	$8 \times 7 \times 6 / 2 = 4 \times 42 = 168$
7-7	252
9-9	495
12-12	1092
15-15	2040

Como ejercicio podemos pedir el cálculo para supuestos juegos de dominó de 8-8, de 10-10, etc.

Juego	Total de puntos
8-8	$8 \times 9 \times 10 / 2 = 90 \times 4 = 360$
10-10	660
11-11	858
13-13	1365
14-14	1680
...	

Todas estas cuestiones y muchas más, pueden también estudiarse para el dominó del doble 9, con la ventaja de que están todas las cifras.



Y un último, de lógica.

Cuatro amigos, Andrés, Benito, Carlos y Daniel, juegan al dominó. Comenzando por Andrés, cada uno ha puesto dos fichas. Las que ha puesto Andrés suman 23 puntos, las puestas por Benito 20, las de Carlos 18 y las Daniel 16. La tercera ficha que coloca Andrés es el 6-2. ¿Cuáles son las otras ocho fichas colocadas? ¿En qué orden se colocaron?

Veamos primero que fichas pueden dar lugar a esas sumas:

	1ª jugada	2ª jugada	3ª jugada	
Andrés (23)	6 6	6 5	6 2	Única manera de sumar 23 puntos
	6 5	6 6		
Benito (20)	6 4	5 5	Para sumar 20 en sus dos jugadas, y teniendo en cuenta lo jugado por Andrés.	
	5 5	6 4		
Carlos (18)	5 4	6 3	Para sumar 18 en sus dos jugadas.	
	6 3	5 4		
Daniel (16)	4 4	5 3 o 6 2	Para sumar 16 en sus dos jugadas iniciales.	
	5 3	4 4 o 6 2		
	No tiene el 6 2, porque lo tiene Andrés			

Sabemos que Carlos, el tercero en jugar, coloca una ficha con un 2 o un 6 libre, y que Benito, en su turno, ha colocado una ficha que también deja un 2 o un 6.

Veamos, en un árbol, como pudo haberse desarrollado el juego.

Primera jugada				Extremos libres	Segunda jugada				Extremos libres	Tercera jugada
A	B	C	D		A	B	C	D		A
		5 4	5 3	6 y 3	6 5	5 5	6.3	pasa	6 y 5	(*)
6 6	6 4									
		4 4		4 y 4	Pasa	(*)				
		6 3					5 4	4 4	4 y 4	(**)
		5 3		4 y 5	6 5	5 5				
							4 5	Pasa	(*)	
		4 5	5 3	3 y 5	Pasa	(*)				
	6 4									
		5 4	4 4	4 y 4	Pasa	(*)				
6 5							4 6	6 3	3 5	5 y 6
		5 4	4.4	4 y 6	6 6					6 2
							6 4	Pasa	(*)	
	5 5		3 5	5 y 5	Pasa	(*)				
		6 3								
		5 3		3 y 3	Pasa	(*)				

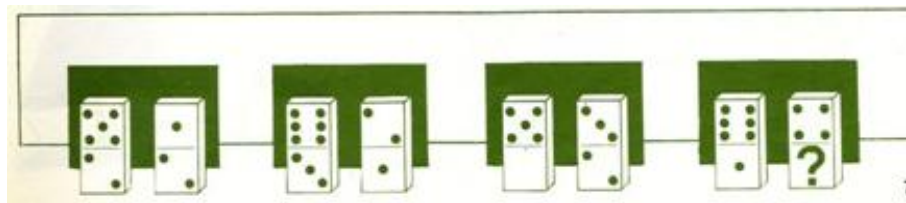
(*) No se cumple la condición de jugar las ocho fichas que suman los puntos expuestos en el enunciado.

(**) Pese a que se han jugado las ocho fichas, no le es posible a Andrés jugar el [6|2].



Y también los correspondientes a puzzles.

Cada par de piezas de dominó cumple con una regla. Respetándola, ¿qué número debe ir en la parte inferior del último dominó?



El patrón que encontramos es que, en cada par de fichas, el número de arriba de la primera es igual a la suma de los otros tres.

Por tanto, la respuesta consiste en averiguar el valor desconocido ? de la parte inferior de la última ficha -al que llamaremos x-, se plantea y resuelve de la siguiente manera|

$$6 = 1 + 4 + x \quad x = 6 - 5 = 1$$

En este tipo de puzzle se trata de encontrar un patrón que cumplan todas las fichas conocidas y extender a la ficha que falta por completar. Hay muchos patrones posibles y lo importante es la justificación de dicho patrón. Para encontrar un patrón deben conectarse las fichas completas como parte de una sucesión o los cuadrados individuales de las fichas como dos sucesiones independientes o buscar alguna conexión entre las dos filas de fichas, ... En fin, que puede haber muchas posibles soluciones.

Ésta podría ser una de ellas.

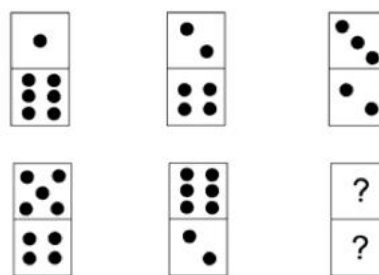
Las tres fichas de la fila superior ofrecen dos sucesiones independientes| 1 - 2 - 3 (diferencia 1 creciente) y 6 - 4 - 2 (diferencia 2 decreciente).

Las tres fichas de la fila inferior deben mantener ese patrón. Por tanto| 5 - 6 - 0 (después del 6 viene el blanco) y 4 - 2 - 0.

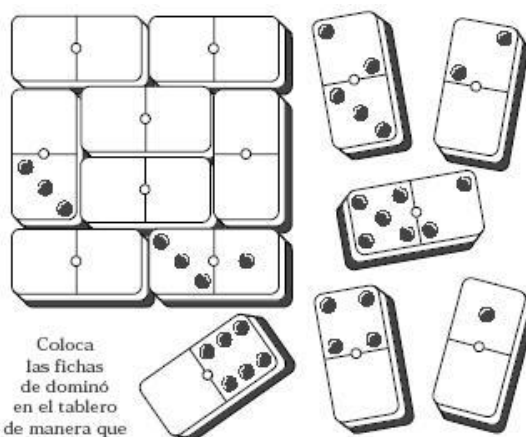
Solución: La ficha que falta es la [0|0].

Con un poco de razonamiento podemos encontrar esta solución.

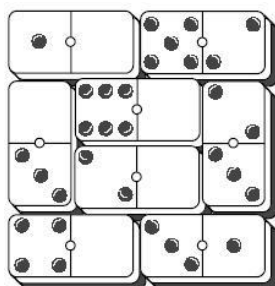
¿Qué ficha de dominó es la que falta? (no tienes que saber jugar dominó)



NOTA: las fichas pueden usar desde 0 a 6 puntos



Coloca las fichas de dominó en el tablero de manera que las cuatro columnas, las cuatro líneas y las dos diagonales sumen un total de OCHO.



A la izquierda la solución al problema del cuadrado mágico propuesto en la imagen de la derecha al final del párrafo anterior.

El puzle del dominó lógico

Les recordamos el tablero que el Komando matemático tiene entre sus materiales y que presentamos en el anterior artículo. Su resolución sigue un proceso semejante al expuesto al principio, en el **TABLERO DOMINÓ**, por lo que no exponemos su solución de forma detallada. No obstante, aquellos de nuestros lectores interesados en ella nos lo hacen saber y gustosamente se la enviamos en un correo.

3	1	0	3	3	4
3	4	0	3	4	1
0	4	2	2	2	4
2	2	2	1	1	3
0	1	1	0	4	0



Ha resultado ser un problema sencillo. Ya habíamos dicho que se trata de un puzle del Komando Matemático, utilizado con niños de Primaria.

En el puzle llamado DO-MI-NÓ, tenemos los valores de cada parte de las fichas que deben ir situadas por filas y por columnas, las divisiones del tablero según las fichas a colocar y, finalmente, las fichas que han de situarse. Se incluye un ejemplo ya colocado. El propio puzle nos indica la técnica a utilizar en el razonamiento y control de las fichas colocadas.

Representamos el tablero con la posición de las fichas definidas por colores y situamos la que nos dan como ejemplo.

				4
				3
				1
				1
				4



También tenemos las del dominó

J. A. Rupérez Padrón y M. García Déniz

Si observamos los datos de las dos filas superiores y de la columna de la derecha, vemos que la ficha de arriba ha de ser 4-3 y que, además, el espacio restante debe ser el 1 sobrante de esa columna.

Seguiremos razonando. Puede que tengamos que utilizar ensayo y error.

En la fila central nos quedan por colocar un 1 y dos 2. En la tercera columna ambos números son posibles de colocar en la ficha de color naranja, que ya tiene un 1 colocado.

Primera opción|

Colocamos el 2 en la ficha naranja. En la verde irán el 1 y el 2 restantes. Pero eso no puede ser porque se repetiría la ficha 2-1, ambas en la fila central.

Segunda opción|

En esta opción no hay duda acerca de la colocación de los números. Colocado el 1 en la ficha naranja, la ficha verde es 2-2.

No olvidemos controlar siempre los números ya colocados y saber así los pendientes de colocar.

En la segunda fila (contada desde arriba) nos quedan por colocar dos 3 y un 4. En la ficha violeta no podemos colocar un 3 y un 4 porque se repetiría la ficha 3-4 ya colocada (azul). Por lo tanto, la ficha violeta es 3-3 y el cuadro azul restante un 4.

En la cuarta fila (desde arriba) nos quedan por colocar dos 1 y un 2. En la ficha violeta no podemos colocar los dos 1 porque tendríamos la ficha 1-1 ya colocada. Por tanto, ha de ser la ficha 1-2 y el cuadro azul restante el otro 1. Para saber el orden de colocación de la ficha violeta (1-2 o 2-1) analizaremos los datos que nos quedan. En la segunda columna no podemos poner un 1 porque no hay.

			4
4	3	3	3
2	2	1	1
1	2	1	1
			4

4	2	4	4
4	3	3	3
2	2	1	1
1	2	1	1
3	3	2	4

Para completar la ficha azul sólo nos queda una posibilidad, la 1-3, que cuadra con los datos restantes. Y eso nos lleva también a completar la ficha azul restante de esa primera columna con un 4.

Las dos fichas verdes que quedan por colocar son ahora muy sencillas de razonar. Por los datos que restan de las filas sabemos que son 4-2 o 2-4 y 3-2 o 2-3. Los datos de las columnas nos lo aclaran. Son 2-4 y 3-2.

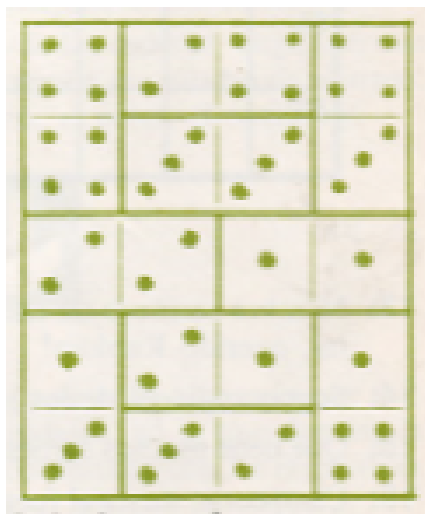
Y de esta manera llegar a la solución indicada a continuación.

			4
			3
1	2	2	1
			1
			4

			4
			3
2	2	1	1
			1
			4

			4
4	3	3	3
2	2	1	1
			1
			4

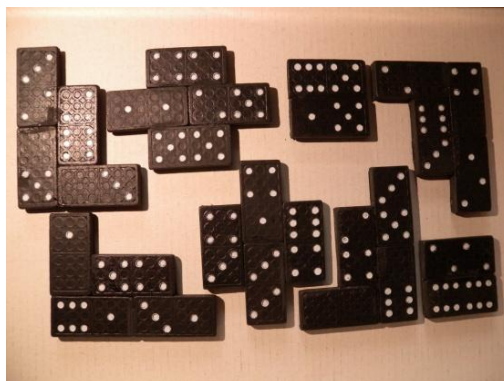
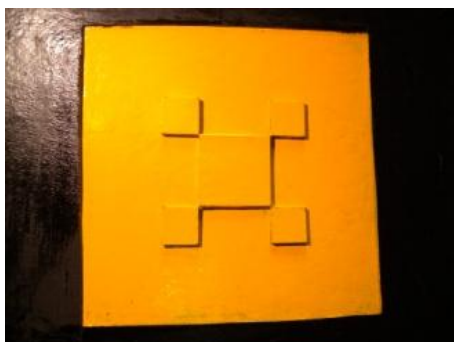
4			4
4	3	3	3
2	2	1	1
1	2	1	1
3			4



Sobre las soluciones del puzzle de desvanecimiento (vanishing puzzle) de Jean Claude Constantin, él mismo nos las ofrece.



El puzle que presentamos en la revista números 94 y en el que cada fila y columna pedíamos que sumen el mismo número de puntos colocando las piezas expuestas en el tablero amarillo de la figura, tiene una resolución sencilla.



La combinación de puzle geométrico plano y de puzle aritmético nos da pistas para su solución.

Hay cuatro piezas formadas por cuatro dominós adosados con forma de cruz y otras dos que tienen forma de flecha; las dos piezas restantes las forman dos dominós adosados. Así que en total tenemos los 28 dominós de un juego de doble seis.

Sabemos que los puntos totales de un dominó de este tipo son 168 y nuestro tablero supone que haya ocho filas y ocho columnas; por tanto, cada línea ha de sumar $168/8$ puntos, es decir 21 puntos

Vemos que las piezas en cruz y las cuadradas son las que pueden ocupar los centros de los lados del tablero, mientras que las flechas han de ir en las esquinas. Es cuestión ahora de combinar las piezas de tal manera que dos flechas y una cruz o dos flechas y un cuadrado colocados en un lado del tablero, sumen 21 puntos. No es difícil llegar a la solución mostrada.



Se nos ha ido el espacio del artículo. Así que será en el próximo donde comentaremos el uso del dominó como material didáctico, los dominós no rectangulares y las variantes que se alejan un poco como el Mah-jongg. Y también, claro, más problemas y puzles relacionados con el dominó.

Como siempre| estamos a su disposición y agradeceremos enormemente sus comentarios y aportaciones.

Hasta el próximo



pues. Un saludo.

Club Matemático