NÚMEROS
Revista de Didáctica de las Matemáticas
http://www.sinewton.org/numeros
ISSN: 1887-1984
Volumen 79, marzo de 2012, páginas 7-16

La Matemática como idioma y su importancia en la enseñanza y aprendizaje del Cálculo

Elisabeth Ospitaletche-Borgmann (Abendgymnasium, 48147 Münster. Alemania)
Víctor Martínez Luaces (Fundación Julio Ricaldoni-Facultad de Ingeniería-Universidad de la República. Uruguay)

Fecha de recepción: 8 de noviembre de 2010
Fecha de aceptación: 25 de octubre de 2011

Resumen

La matemática es un idioma como varios autores han mencionado en diferentes trabajos científicos. En este artículo se analizan y comparan cuatro componentes del lenguaje y la matemática.
Por otra parte, la matemática no es exactamente como otros idiomas. De hecho, la matemática parece ser más precisa y más limitada que los otros idiomas y esto tiene varias consecuencias en lo que se refiere a la enseñanza de dicha disciplina.
En este artículo comentaremos nuestras experiencias, desarrolladas en Argentina, Alemania y Uruguay, teniendo en cuenta este enfoque de la enseñanza de la matemática como una extensión de la enseñanza de la lengua, y veremos cómo este enfoque ayudó a los estudiantes de los cursos de Cálculo, en diferentes formas.

Palabras clave Matemática, idiomas, resolución de problemas, experiencias de aula, cursos de Cálculo.

Abstract

Mathematics is a language as several authors mentioned in different papers. In this article four components of language and mathematics are analyzed and compared.
On the other hand, Mathematics is not exactly as other languages. In fact, Mathematics seems to be more accurate and more limited that the other languages and these facts have several consequences in Mathematics teaching.
In this paper we will comment our experiences, developed in Argentina, Germany and Uruguay, taking into account this approach of Mathematics teaching as an extension of the teaching of language and how this approach helped Calculus students in different ways.

Keywords Mathematics, languages, problem solving, teaching experiences, Calculus courses.

1. Introducción

La matemática es un lenguaje, como varios autores han expresado en diferentes artículos científicos. Por ejemplo David Peat manifestó que "...podemos decir que la matemática ha aislado y refinado varios de los elementos abstractos que son esenciales a todos los lenguajes humanos" (Peat, 1990). Por otra parte, R.L.E. Schwarzenberger dijo que "Mi propia actitud, que yo comparto con muchos de mis colegas, no es más que la matemática es un idioma" (Schwarzenberger, 2000). Por último, Ford y Peat declaran que "Las matemáticas parecen ser algo más y algo menos que un idioma…" (Ford, 1998).

Una interesante discusión acerca de este problema y sus detalles se puede encontrar en la Wikipedia (Wikipedia, 2010), donde las siguientes cuatro componentes del idioma y las matemáticas son analizadas:

- Un vocabulario correspondiente a los símbolos o palabras
- Una gramática que trata de normas de cómo estos símbolos se pueden usar
- Una comunidad de personas que usan y entienden esos símbolos
- Un conjunto de significados que puede comunicarse con estos símbolos

Por otra parte, es importante mencionar que las matemáticas no son exactamente como otros idiomas. Como Bogomolny observó "... El lenguaje matemático es mucho más exacto que cualquier otro que uno pueda pensar" (Bogomolny, 2010), pero, al mismo tiempo hay que mencionar que las matemáticas son "limitadas en sus capacidades lingüísticas", como también mencionaron Ford y Peat (Ford, 1988). Teniendo en cuenta las observaciones anteriores, las matemáticas parecen ser un lenguaje más preciso y más limitado que los otros idiomas y estos hechos tienen consecuencias diversas en la enseñanza de las matemáticas. Por ejemplo: "las definiciones y los términos pueden a menudo adquirir un significado distinto del usual. Esto lleva a muchos estudiantes a tomar una posición contraria a las matemáticas" (Bogomolny, 2010). Otros autores llegaron a conclusiones aún más dramáticas, por ejemplo, Frank B. Allen (Allen, 1988) dijo: "De hecho, en un sentido muy real, la matemática es un idioma... Es mi posición, que la comprensión de este lenguaje de la exposición matemática, es absolutamente esencial para el éxito en los estudios de las matemáticas escolares" y finalmente agrega que "...el antídoto para la miopía de ciertas demandas pragmáticas de utilidad inmediata es la comprensión de la naturaleza (de la matemática) que puede ser impartida por el enfoque lingüístico...".

En este artículo vamos a comentar nuestras experiencias, desarrolladas en Argentina, Alemania y Uruguay, teniendo en cuenta este enfoque de la enseñanza de las matemáticas como una extensión de la enseñanza de la lengua, particularmente en los cursos de Cálculo como asignatura de servicio.

2. Revisión de otras propuestas similares

La mayoría de los textos en que se propone alguna forma de enfocar la enseñanza de la matemática similar a la aquí expuesta, hablan de traducir, lo que obviamente coincide con lo expresado en este artículo, pero no explicitan cómo llevar a cabo el proceso de traducción. Por el contrario, dichos textos presentan – positivamente en varias etapas – productos hechos, sin explicar expresamente cómo se puede extraer del texto inicial de un problema enunciado las frases, que finalmente se traducen en expresiones matemáticas.

Un autor que hace este proceso con mayor detalle es Blomert (2011) y otro que también lo denomina como tal, pero no se refiere al proceso de "traducción", es el que aparece en una página de la universidad alemana (Universidad Técnica de Dresden, 2011). El autor expone directamente al idioma como un conjunto de símbolos que lo constituyen, pero no establece un relacionamiento con su origen, i.e., con el problema del mundo real.

Otro planteamiento muy interesante, surge de un libro de dos autores, uno de ellos es el profesor alemán, Hermann Maier, actualmente ya jubilado de la universidad de Regensburg y el otro es el austriaco, Fritz Schweiger, de la universidad de Salzburgo en Austria (Maier & Schweiger, 1999) Ambos publicaron una obra extensa con el título "Mathematik und Sprache" (i.e., Matematica e Idioma) del año 1998. El mismo contiene un amplio material que se refiere, por un lado, al tema del idioma, o del lenguaje en general, como se ha desarrollado en la sociedad y como se desarrolla en el ser humano. También analiza qué papel (como idioma) tiene en este contexto, el idioma de las matemáticas y estudia particularmente el desarrollo del idioma en el ser humano y en especial en los jóvenes. Los autores mencionan en varias partes del texto, la equivalencia entre el lenguaje simbólico de las matemáticas y el lenguaje cotidiano. También plantean el método de enseñar el lenguaje de las matemáticas a través de la realización de diálogos e interacciones entre los alumnos, y entre estos y el profesor como guía, buscando de esta forma en conjunto – utilizando el razonamiento y la formalización – la solución de los problemas expuestos por el profesor, o eventualmente por el programa de la materia. Algunos elementos en este proceso, recuerdan en parte las traducciones que se expondrán en detalle en otras secciones de este artículo.

Es posible encontrar otros autores que trabajan con este tema, pero por lo general se refieren de una u otra manera a los dos antes mencionados. Asimismo, llama la atención que en casi todos los autores y en casi todos los textos, este enfoque orientado a "traducir" – o sea, la forma de ejecutar esto en concreto para que los alumnos aprendan a incorporar los elementos del idioma de la matemática – estaría ausente.

3. Idioma y modelado

Muchos de los textos en los que se vincula el idioma y la matemática van inmediatamente al modelado de ciertos problemas propuestos, que son por lo general bastante complejos. Un ejemplo interesante puede verse en (Xu y Ludwig, 2008), el cual requiere del lector y/o del alumno, un completo arsenal de competencias y un dominio importante del idioma matemático. En el texto los autores se explayan sobre las formas como los jóvenes aprenden, como prácticas culturales, una serie de competencias en el Cálculo y otras áreas de la matemática, pero no explican qué es lo que implícitamente experimentan en el proceso de incorporarlo en las interacciones culturales. Suponen evidentemente que actuando en un entorno en el que repetidas veces “se vive” el concepto de número, o ciertas operaciones como la adición o la multiplicación, y escuchando como “se comunican” estas operaciones en la vida cotidiana no cabe hacer otra cosa que “aprenderlo” o sea, tomarlo e incorporarlo en su repertorio idiomático.

En concreto, si bien el concepto de “idioma de matemáticas” ha entrado fuertemente a las aulas de centros de estudio, esto se ha realizado por lo general en un contexto fuertemente vinculado a la modelación. A veces, dejan en el lector la sensación de que basta con saber modelar y que se puede dejar de lado el aprendizaje de las técnicas, definiciones y herramientas que obviamente son necesarias, e incluso imprescindibles, para lograr un modelado exitoso, salvo en casos extremadamente sencillos y poco relevantes. En definitiva, en muchos de estos enfoques las herramientas se presentan como creaciones ya hechas, o elaboradas a priori, pero no como algo que también es resultado de una cierta elaboración. Es decir, no se presentan determinados conceptos y herramientas como algo más que elementos que eventualmente aparecen en la resolución de un cierto problema real. Más aún, no queda claro que estos conceptos y herramientas matemáticas son producto de un cierto desarrollo, que en muchos casos es justamente la consecuencia de la verificación de un cierto patrón en un determinado conjunto de problemas con ciertos elementos comunes.

Esta discusión sobre la relación entre el enfoque que hemos denominado “la matemática como idioma” y otras actividades, como la modelación, amerita comentar algunas experiencias de nuestra propia práctica como docentes. Este tema será abordado en la siguiente sección del presente artículo.

4. Una experiencia concreta

En esta sección vamos a comentar nuestras propias experiencias, en particular las correspondientes a la primera autora de este artículo, que trabaja en los cursos de transición o de pre-

Cálculo, es decir, los cursos de matemáticas ubicados entre la escuela secundaria y la universidad. Este enfoque se puede ejemplificar al analizar el ejercicio siguiente sobre derivadas y funciones polinómicas:

Ejercicio: Sea g la función polinómica siguiente: $g(x)=2x-\frac{1}{18}x^3$. Obtenga la ecuación de la recta horizontal que toca la gráfica de la función en un punto de tangencia (x_B, y_B) siendo $x_B > 0$.

Solución: El procedimiento que se propone para la resolución de este ejercicio consta de cuatro partes diferentes:

Paso I: Análisis de texto

Este primer paso consiste en analizar el texto del ejercicio con el fin de resaltar (y/o marcar con diferentes colores) las partes que dan información y las que se refieren a las tareas que deben llevarse a cabo para resolver el ejercicio.

En este caso, “Obtenga la ecuación...” se refiere a la tarea que se deberá realizar, mientras que: “línea recta horizontal”, “toca el gráfico de la función g”, “punto de tangencia (x_B, y_B) siendo $x_B > 0$”, entre otros, sólo dan información que debe tenerse en cuenta para la resolución.

Paso II: “Traducción” de las diferentes partes del ejercicio

Varios ejemplos de esta etapa de “traducción” se pueden dar con la información suministrada en el ejercicio:

- “una línea recta horizontal” se puede traducir como “una línea recta t con pendiente $m_t = 0$”.
- “toca el gráfico de la función” se traduce en “t es tangente a g”.
- “punto de tangencia (x_B, y_B) siendo $x_B > 0$” también se puede traducir como “punto (x_B, y_B) que pertenece en común a las graficas de t y g, siendo $x_B > 0$”.

Y lo mismo ocurre con la tarea a realizar. Concretamente, la frase “Obtenga la ecuación de ...” se puede traducir como “Encuentre $t: y = m_t x + b_t$ donde m_t y b_t son coeficientes desconocidos”.

Paso III: Uso de las “traducciones” para la solución

Este paso se desarrollará en tres partes distintas:

a) El concepto de derivada se lo relaciona por lo general, en los cursos de matemáticas, con la pendiente de la recta tangente, entre otras interpretaciones. Por este motivo, la derivada de g en $x_B > 0$ representa la pendiente de $t: y = m_t x + b_t$, que es la tangente requerida.

b) Ahora bien, este concepto se puede traducir en símbolos. Aplicándolo a este ejercicio particular, este procedimiento se puede hacer como en el siguiente esquema:

Derivada de g en $x_B > 0$	representa	La pendiente de la recta tangente horizontal	(x_B, y_B), el punto de tangencia, pertenece a los gráficos de g y t
$g'(x_B) = 2 - \frac{1}{6}x_B^2$	=	$m_t = 0$	$g(x_B) = y_B$ e $y_B = y_t(x_B)$

c) Ahora, los tres primeros bloques se pueden combinar fácilmente:

$$g'(x_B) = 2 - \frac{1}{6}x_B^2 = m_t = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{6}x_B^2 = 2 \quad \Rightarrow \quad x_B = \pm 2\sqrt{3}$$

Tomando en cuenta el primer bloque, donde expresa que x_B debe ser positivo, resulta que:

$$x_B = 2\sqrt{3} \text{ e } y_B = g(x_B) = \frac{8}{3}\sqrt{3}.$$

Finalmente $t: y = 0x + \frac{8}{3}\sqrt{3}$ y, por lo tanto la solución es $t: \quad y = \frac{8}{3}\sqrt{3}$.

Paso IV: Comentarios acerca de la solución

Después de llevar a cabo este proceso, es recomendable analizar con los alumnos cómo se resolvió el ejercicio y cuáles podrían ser las principales conclusiones acerca de este enfoque.

En primer lugar, es importante comparar el concepto de derivada expresado en el lenguaje común, con el mismo concepto expresado en el lenguaje matemático. Es interesante observar que la frase: “la derivada de una función $g(x)$ en el punto $\mathrm{B}(\mathrm{x_B}, \mathrm{y_B})$ representa la pendiente de la recta tangente $t: y = m_t x + b_t$ siendo B el punto de tangencia” corresponde a algo mucho más simple en el lenguaje matemático, a saber:

$$g'(x_B) = 2 - \frac{1}{6}x_B = m_t.$$

Al comparar las dos versiones, el primer comentario que cabe hacer es obviamente el referido a la reducción de las palabras y su cambio por unos pocos símbolos. Esta reducción nos lleva a reflexionar sobre lo que es “abstracción”: El concepto de derivada ha sido "preparado" con un extenso proceso previo, donde a los estudiantes se les pidió algo muy concreto, a saber: obtener una línea secante y luego, la recta tangente como límite de la misma. Al mismo tiempo, este concepto también se relacionó con la variación media entre dos puntos de un gráfico y la variación instantánea en un punto, cuando se pasa al límite. Todo este proceso, logra la abstracción que lleva a los estudiantes hacia el nuevo concepto y a entender los símbolos correspondientes. No resulta difícil comprobar e invitar a reflexionar en el sentido que un mismo proceso tiene lugar en la creación del lenguaje corriente.

5. Otros ejemplos y algunos resultados

Un primer ejemplo a comentar en esta sección, proviene de las clases actuales de la primera autora de este trabajo con alumnos adultos, los que pese a su edad, por primera vez escuchaban hablar de ciertas relaciones existentes entre las funciones lineales y determinadas situaciones de la vida real.

Al presentarles a estos alumnos ciertas situaciones cotidianas bajo las cuales "se esconden" relaciones no necesariamente lineales – concretamente, se les dio a los mismos la tarea de describir el conjunto de todos los posibles valores para cierto problema en estudio – por lo general optaron por representar la situación a través de tablas de valores. Junto con las tablas mencionadas, intentaron espontáneamente la búsqueda de fórmulas para no resolver cada problema en particular, que por lo general se reducía a alguna forma de regla de tres.

También llegaron a la idea de representarlo gráficamente y vieron que todos los problemas planteados llevaban a una recta (del punto de vista gráfico) y por lo tanto, a una fórmula del tipo $f(x) = mx + b$. De este modo, desarrollaron una cierta identificación entre este tipo de problemas y la función lineal $f(x) = mx + b$ y a su vez, entre esta y una recta con una cierta ordenada en el origen y una cierta pendiente en un sistema de coordenadas.

Además, cuando se les pidió contestar una serie de preguntas sobre situaciones y/o valores especiales para cada situación, experimentaron también las ventajas que ofrece esta nueva forma de vocabulario matemático en relación al concepto de función, tanto en su registro analítico como en su registro gráfico. Varios estudiantes, que recordaban haber aprendido "algo de esto" en su experiencia escolar muchos años antes, expresaron reiteradas veces que nunca nadie se los había hecho aprender de esta manera y que nunca habían sabido para qué eran útiles estos conceptos.

Una experiencia similar, tuvo el segundo autor de este artículo, en Rio Gallegos, Argentina, enseñando función lineal y cuadrática, tanto con adolescentes de Enseñanza Secundaria, como con estudiantes adultos de Licenciatura en Geografía, de nivel universitario (todos ellos mayores de 25 años de edad). Una vez más, los estudiantes se sorprendían de que estos conceptos matemáticos tuvieran alguna utilidad, e incluso les permitieran expresar cuestiones de su propia disciplina (en el caso de los alumnos de Geografía) de manera mucho más clara y precisa.

En todas estas experiencias, lo que está presente es el proceso de traducción del enunciado de un cierto problema –que eventualmente puede provenir de otra disciplina– al lenguaje de las matemáticas y finalmente, a partir de esa plataforma, utilizarlo para el modelado y la resolución de problemas reales.

Otra conclusión importante, otra vez a partir de experiencias de la primera autora del artículo, con jóvenes mayores de 20 años (en su mayoría alrededor de 25-35 años de edad) es que los alumnos no tienen casi ninguna percepción consciente respecto de su propio uso del idioma materno, en cuanto a que sus palabras representan algo de un cierto sentido, algo concreto, y que por otra parte el idioma es un medio de comunicación que se basa en un acuerdo por el cual todos entendemos lo mismo al utilizar dichas palabras. En virtud de lo anterior, la primera autora del artículo ha hecho la experiencia en sus clases, de disponer de un tiempo para una cierta reflexión sobre la relación entre "pensar" y "comunicar".

Un ejemplo actual de esta práctica es el que sigue: para la resolución de ciertos problemas reales, se pide, como es usual, que definan en forma precisa qué es lo que quieren representar con la incógnita x, o las incógnitas x e y, según el tipo de problema. Les cuesta enormemente darse cuenta que al denominar, por ejemplo con la letra "x" a "el coche A", esto no dice mucho y dice demasiado a la vez y que por ejemplo km/h no es un concepto sino una unidad de medida. Cuesta lograr que diferencien entre lo que denominan "velocidad" o en otro caso "tiempo que necesita para llegar" y el propio "coche A", y esto sucede a pesar que se dan cuenta con regularidad de que en el momento de haber enunciado la palabra precisa, automáticamente se inicia en ellos un proceso en el cual "traducen" de forma correcta todo el resto del problema. Esto es muy notable también cuando la pregunta es "¿cuántos objetos de dos diferentes tipos hay?" En el momento en que logran simplemente expresar que se denomina como x a la cantidad del objeto A, ya ni siquiera siguen atendiendo la explicación del docente, sino que parten de ahí y solucionan, a pesar de que antes de este impulso no sabían cómo hacerlo.

Reflexionando estos fenómenos con ellos, surge con frecuencia el comentario de que tienen una cierta esperanza, o más concretamente, piensan que deben llegar a algo que al leer un problema les da automáticamente una idea de cuáles serán las ecuaciones que deben usar. Es decir que reproducen la forma como comunican en su idioma cotidiano, justamente sin tener conciencia sobre lo que enuncian, que hablan en forma espontánea, como en el caso de su auto esperanza respecto a la resolución de un problema real, presentado en una clase de matemática. Cabe recordar que conclusiones similares se obtienen del famoso "no-problema" propuesto por Kurt Reusser y sus diversas variantes, acerca de la edad del capitán de un barco que lleva ovejas y cabras y otras elaboraciones similares (Schoenfeld, 1991 y Red maestros de maestros, 2011).

Por un lado les cuesta aceptar determinados procesos y por el otro lado, también les cuesta reproducirlo. Por ejemplo, les cuesta identificar – después de hasta 8 ejemplos distintos de su vida real, como precios del alquiler de un automóvil, o los costos de consumo de energía eléctrica o de su móvil – distintas situaciones que son en definitiva relaciones lineales. Más aún, también expresan que nunca controlan las cuentas que realizan y que de alguna forma, para ellos no existen otras relaciones que las lineales. Por otra parte, manifiestan que identificarlas con la forma abstracta $f(x)=mx+b$ o eventualmente con una recta en un sistema de coordenadas, también les resulta un trabajo muy difícil. Concretamente, según lo que manifiestan, lo olvidan, se orientan en esquemas basados en la enumeración de ciertos pasos e identifican los problemas estáticamente con ciertas palabras claves.

La resonancia en los estudiantes es grande, de hecho es común que expresen su sorpresa al darse cuenta de cuán inconscientes son en su comportamiento habitual.

También relatan hasta que punto, en otras situaciones fuera de clases, les ha servido esto de reflexionar sobre el sentido o contenido de lo que dicen y hasta encuentran cierto paralelismo con las clases de inglés o de latín. Tal vez lo más interesante es que con frecuencia comentan que nunca nadie les ha hecho poner atención a esto y que se dan cuenta que la matemática lo enseña de manera ejemplar y que les produce una cierta sensación de independencia de su forma de pensar o de reflexionar anterior.

En definitiva les permite darse cuenta de una de las razones fundamentales de por qué la matemática integra el grupo de las materias "regulares" para una educación general, independientemente de la orientación que el alumno finalmente elija.

En todas estas experiencias los estudiantes se sintieron satisfechos con este enfoque y mostraron interés en examinar la relación entre el idioma y el lenguaje matemático. Su interés y sus reflexiones difieren, según se trate de los mejores estudiantes o de los otros, que son los que suelen tener dificultades con la asignatura.

Los mejores estudiantes, que saben cómo hacer la "traducción" de manera intuitiva, pueden reflexionar sobre su propio proceso de abstracción, mientras que los otros logran desarrollar técnicas que les permitirán resolver problemas reales o aplicaciones de un nuevo concepto, como el anteriormente presentado referido al tema “derivadas”.

6. Conclusiones

La expresión “lenguaje de la matemática” se maneja en general simplemente para la descripción de lo que es el conjunto de los símbolos en que se presenta la propia matemática, es decir, funciona como un saber auto contenido y alejado de otras disciplinas. La gramática de este lenguaje se entiende en general como la lógica formal detrás de o entre los símbolos. La identificación de los elementos del lenguaje (o sea, las palabras) con los símbolos de este idioma y con los elementos de la realidad ha sido a veces tema de reflexión, pero no se han desarrollado métodos para hacer transparente la traducción para el ser humano común. Este artículo pretende colaborar de alguna forma a llenar ese vacío, a partir de la propuesta anterior y los ejemplos resueltos con nuestro enfoque.

En un libro para la enseñanza en el aula de los autores Arno Lergenmüller y Günter Schmidt (Lergenmüller & Schmidt, 2008), se encuentran varias partes en las que se denomina este proceso como “traducción al leguaje matemático” y se ofrece una cierta estructura de cómo ejecutarlo pero no se reflexiona sobre los mecanismos mentales asociados. Cabe destacar, que los únicos que realizan una reflexión sobre los mecanismos mentales asociados en el proceso de la traducción son los arriba mencionados Hermann Maier y Fritz Schweiger en su libro “Mathematik und Sprache” (Maier & Schweiger, 1999). De hecho, ellos comparan el proceso antes mencionado con el desarrollo de idiomas en el ser humano.

Cabe destacar que hoy en día este proceso es más conocido en detalle gracias a los métodos basados en tomografías de resonancia magnética, que permiten hacer un seguimiento de ciertos procesos mentales y que nos hacen posible saber cada vez más sobre cuáles son los procesos neurobiológicos que suceden en la percepción de la realidad. Uno de los descubrimientos más importantes establece que en estos procesos juega un papel muy importante la repetida comparación de cada percepción con una anterior, memorizada en ciertas partes del cerebro, además de una cierta selección en el conjunto de las percepciones.

Los cursos de pre-grado en Matemáticas no son los mismos en todos los países, en particular, hay diferencias interesantes entre los países latinoamericanos como Argentina y Uruguay y los países europeos, especialmente Alemania (Martínez Luaces *et al.*, 2009). Sin embargo, este enfoque puede ser utilizado en diferentes países y no sólo en los cursos de pre-grado. Por ejemplo, el primer autor de este trabajo, enseñó matemáticas en la universidad en Uruguay y en la escuela secundaria en Alemania, mientras que el segundo autor fue profesor de matemáticas para estudiantes de secundaria en la Argentina y estudiantes universitarios en Uruguay, y en todos estos casos, este enfoque ha sido perfectamente aplicable.

El papel de las matemáticas como idioma y sus consecuencias se ha analizado brevemente en la sección “Introducción” de este trabajo y en algún trabajo anterior (Ospitaletche-Borgmann & Martínez Luaces, 2009), pero hay otros aspectos que también deben ser considerados. Por ejemplo, Ulla Tørnæs, Ministra de Educación de Dinamarca (año 2004), en su discurso al comienzo de ICME X, en Copenhague (Tørnæs, 2004), dijo:

> En Dinamarca estamos en un proceso de ajuste y reforma del sistema educativo, desde primaria hasta el bachillerato y la educación en las universidades.
> En los últimos años no pocos países han realizado reformas similares, o están planificando hacerlas. En casi todas las reformas, en lo que refiere a la educación primaria y secundaria, se hace hincapié en tres temas específicos:
> - Educación en la lengua materna, en nuestro caso Danés
> - Inglés, y
> - Matemáticas.
>
> En cierto sentido se puede decir que hay dos lenguas internacionales de nuestro tiempo: Inglés y matemáticas.

Como se puede observar en el texto anterior, la Ministra de Educación de Dinamarca subrayó el papel de las matemáticas como una lengua. Por otra parte, puso a las matemáticas, al igual que el inglés, como las dos lenguas internacionales de nuestro tiempo.

En nuestra opinión, esta no es la única relación entre ambas. Como el ganador del premio Nobel, Richard Feynman (Feynman, 1989), dijo: “Las matemáticas son algo más que un idioma – es un idioma más lógica”, por lo que, enseñar las matemáticas utilizando su fuerte relación con el lenguaje es una opción que merece ser seriamente considerada.

Bibliografía

Allen, F. B. (1988). *Language and the Learning of Mathematics*. Discurso dado en el NCTM Annual Meeting, Chicago, U.S.A.

Blomert, página web recuperada en mayo de 2011 en la dirección: http://nuvvo.com/lesson/163-textaufgabe-i-die-sprache-der-mathematik

Bogomolny, A. (2010). *Mathematics as a language*, recuperado el 5 de Noviembre de 2010 de: http://www.cut-the-knot.org/language/index.shtml

Feynman, R. (1989). *The Character of Physical Law*. Cambridge: The MIT Press.

Ford, A.; Peat, D. (1988). *The Role of Language in Science*. Foundations of Physics, Vol 18.

Lergenmüller, A., Schmidt, G., (2008). *Mathematik Neue Wege 10*. Editorial Schroedel.

Maier, H.; Schweiger, F., (1999). *Mathematik und Sprache. Zum Verstehen und Verwenden von Fachsprache im Unterricht*. Mathematik für Schule und Praxis Band 4. öbv & hpt, Wien.

Martinez-Luaces, V.; Ospitaleche-Borgmann, E.; Flores, N. (2009). La transición Secundaria-Universidad: un estudio comparativo en tres países diferentes. *Memorias del VI Congreso Iberoamericano de Educación Matemática,* Puerto Montt, Chile.

Ospitaletche-Borgmann, E.; Martínez Luaces, V. (2009), Mathematics as a language: implications and teaching experiences, presentación oral realizada en Delta 09, Gordon’s Bay, Sud Africa.

Peat, D. (1990), *Mathematics and the Language of Nature* in *Mathematics and Sciences*, Ed. Ronald E. Mickens.

Red maestros de maestros (2011), recuperado el 1 de julio de 2011 de: http://www.rmm.cl/index_sub.php?id_contenido=9997&id_seccion=2374&id_portal=369

Schoenfeld, A. (1991). Sobre las matemáticas como construcción de sentido: una aproximación informal al desafortunado divorcio de las matemáticas formales e informales. *Razonamiento informal y educación*. Voss J.F, D.N. Perkins y J.W. Segal, LEA.

Schwarzenberger, R.L.E. (2000). *The Language of Geometry*, publicado en *A Mathematical Spectrum Miscellany*, Applied Probability Trust.

Tørnæs, U. (2004). Discurso dado en ICME X, International Conference in Mathematical Education, Copenhagen, 2004.

Universidad Técnica de Dresden. Recuperado en mayo de 2011 de la dirección: http://www.math.tu-dresden.de/~ganter/inf0708/folien/inf07-Mengen.pdf

Wikipedia (2010), *Mathematics as a language*, recuperado el 5 de Noviembre de 2010 de: http://en.wikipedia.org/wiki/Mathematics_as_a_language

Xu, B.; Ludwig, M. (2008). *Comparative study on mathematical modeling competences with German and Chinese students*, recuperado el 18 de Agosto de 2012 de: http://tsg.icme11.org/document/get/845

Elisabeth Ospitaletche-Borgmann, nació el 14.12.1948 en Greven, Alemania. Obtuvo el título de Profesora de enseñanza secundaria con licencia universitaria en Matemáticas y Física. Actualmente trabaja en el Abendgymnasium Münster / RFA. Anteriormente ocupó cargos docentes en diversos liceos y universidades de Uruguay y Chile. Recientemente ha sido co-autora de trabajos científicos presentados en congresos internacionales de Chile y Sud África.
Email: elisabethborgmann@gmx.de

Víctor Martínez Luaces, nació el 23.5.1960 en Montevideo, Uruguay donde se recibió de Ingeniero Químico y Licenciado en Matemática. Trabaja en la Facultad de Ingeniería de la Universidad de la República en Uruguay. Fue Editor Invitado de iJMEST (a fines del año 2007), organizó el Sexto Congreso de Educación Matemática del Hemisferio Sur (Delta 07) y es actualmente co-organizador del grupo TSG 13, sobre enseñanza-aprendizaje del Cálculo en ICME 12, en Seoul, Korea.
Email: victorml@fing.edu.uy