NÚMEROS
Revista de Didáctica de las Matemáticas
http://www.sinewton.org/numeros
ISSN: 1887-1984
Volumen 93, noviembre de 2016, páginas 151-167

Soluciones al por mayor y al detalle, y algunas propuestas más

(Problemas Comentados XLIV)

José Antonio Rupérez Padrón y Manuel García Déniz (Club Matemático[1])

Resumen

Recordamos "La ley de las amazonas", planteado hace tiempo y exponemos las soluciones detalladas y comentadas, aunque de forma breve, de los problemas propuestos en la última edición del Torneo de Matemáticas para alumnos de 2º de la ESO. Comentamos la prueba práctica planteada a los finalistas del Torneo. Asimismo, pueden ver las soluciones del resto de ejercicios propuestos en el anterior artículo. Planteamos un problema de pesadas con balanza electrónica.

Palabras clave

Problema de las amazonas. Metodología de la resolución de problemas. Torneo de 2º de la ESO. Soluciones de problemas planteados en anteriores artículos. Problema de balanza electrónica.

Abstract

Remember "The law of the Amazons" posed long and detailed and commented expose solutions, albeit briefly, of the problems proposed in the latest edition of the Tournament of Mathematics for students of 2nd ESO. We discuss the practical test posed the finalists of the tournament. They may also see solutions other exercises in the previous article. We pose a problem with heavy electronic balance.

Keywords

Problem of the Amazons. Methodology of problem solving. Tournament 2nd ESO. Solutions of problems in previous articles. Electronic weighing problem.

Un mirar atrás sin ira (pero sí con humor)

En el **NÚMEROS 90** publicamos el problema "La ley de las amazonas" y comentábamos: *"creíamos recordar que fue publicado en la añorada revista CACUMEN, hace ya unos años, pero hemos cotejado nuestro índice de dicha revista y no nos aparece, al menos con ese título. ¿Alguien tiene idea de dónde pudo aparecer?"*

La ley de las amazonas

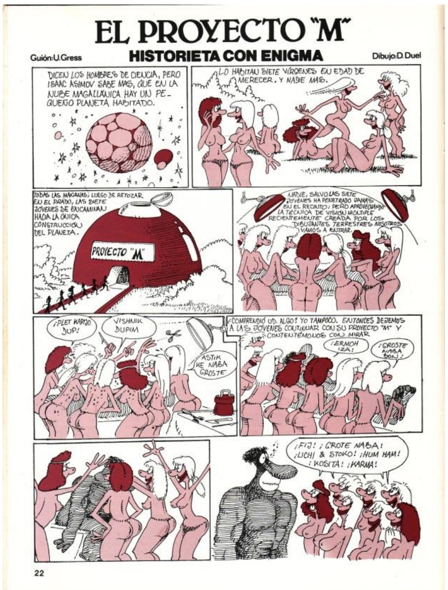
Las amazonas tienen una ley para cuando capturan un macho reproductor, dictada con el objetivo de evitar la muerte por agotamiento del mismo y el lograr el mayor número de embarazos posibles. Cada semana, tres mujeres conviven con el agraciado, pero solo dos serán objeto de sus caricias. La ley dice que nunca debe estar una misma pareja de

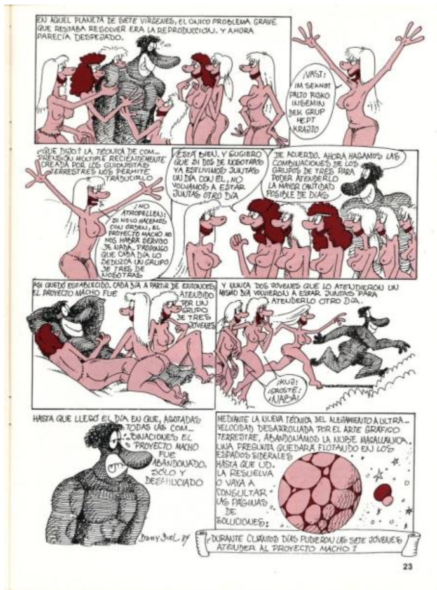
[1] **El Club Matemático** está formado por los profesores **José Antonio Rupérez Padrón** y **Manuel García Déniz**, jubilados del IES de Canarias-Cabrera Pinto (La Laguna) y del IES Tomás de Iriarte (Santa Cruz de Tenerife), respectivamente. jaruperez@gmail.com / mgarciadeniz@gmail.com

amazonas dos semanas (*). Si hay siete amazonas en edad fértil, ¿Cuántas semanas podrá disfrutar el desdichado reproductor?

(*) y cuando esto no sea posible, el donante será convertido en eunuco.

Pues bien, no han sido los lectores *con su aluvión de correspondencia*, sino un paciente repaso de las revistas, el que nos llevó a encontrar el perdido problema. Está en modo de viñeta gráfica, por lo que los buscadores no daban con él. Reproducimos las historietas y la solución donde se pedía información sobre el mismo. Han pasado tantos años que seguro que ya, al igual que nos ha pasado a nosotros, los autores habrán encontrado las soluciones. Pedimos disculpas si las imágenes llegan a herir la sensibilidad de alguno de los lectores.






PAGINA 22
HISTORIETA
CON ENIGMA
EL PROYECTO «M»

Durante siete días. **Explicación:** si las jóvenes son A, B, C, D, E, F y G, los grupos de tres sin que ningún par se repita puede ser: ABC, ADE, BDF, CEF, BEG, AFG, CDG. Hemos llegado a este resultado sin fórmula alguna. Si alguien conoce o deduce una fórmula para saber cuántos grupos de tres, sin que ningún par se repita, pueden formarse a partir de N personas, nos gustaría conocerla.

Como podemos ver en la ilustración, los dibujos están firmados por Dany Duel, nombre artístico de Ricardo Daniel Douelle, dibujante argentino de larga proyección y que ilustró muchos trabajos de la revista Cacumen, cosa bastante explicable si tenemos en cuenta que estaba en la plantilla de la editorial argentina De Mente, equivalente a la Zugarto editora en España de Cacumen, ambas bajo la dirección de Jaime Poniachik, el responsable de Cacumen.

Seguimos:

En el anterior artículo (XLIII) dejamos algunos problemas para ser resueltos por nuestros lectores. Pasamos ahora, tras el verano, a dar nuestras soluciones. Para ganar espacio lo haremos de forma abreviada, aunque siguiendo el proceso. Al final haremos uno completo para recordar a nuestros lectores la necesidad de ofrecer a los chicos un método seguro de trabajo.

Los primeros: aquellos que quedaron pendientes del último Torneo de Secundaria.

Elaborando el calendario

En el mes de enero de un determinado año hay exactamente 4 viernes y 4 lunes.
¿Qué día de la semana podría ser el 20 de enero?
Explica detalladamente tus razonamientos.

Por modelización: Pueden fabricarse hojas de almanaque comenzando, por ejemplo, en una que tenga el día 1 un lunes, luego que tenga el día 1 un martes, y, sucesivamente, un miércoles, un jueves, un viernes, un sábado y un domingo.

Comprobar en cuál o cuáles de ellas se cumplen las condiciones del problema.

Por ensayo y error: dibujar una hoja de almanaque de manera que se tengan cuatro lunes y cuatro viernes. Mover los días para conseguir tal cosa. Verificar después en qué día de la semana queda el día 20.

Por razonamiento lógico: el mes de enero tiene 31 días, es decir, cuatro semanas completas y tres días más; normalmente eso significa que habrá cinco lunes y cuatro viernes o cuatro lunes y cinco viernes. Para que no sea así habrá que colocar el día 1 adecuadamente para que el 31 retroceda y no sea lunes ni viernes, o sea, sólo haya cuatro lunes y cuatro viernes.

Si el 1 es domingo el 30 es lunes; si el 1 es sábado el 31 es lunes; si el 1 es viernes ya hay un viernes más 31 es domingo); lo mismo pasa para el 1 jueves (31 es sábado); y también para 1 miércoles (31 viernes). La única posibilidad válida es que el día 1 del mes de enero sea el martes. De esta manera, el día 31 es jueves (desaparece un viernes).

El 1 no puede ser lunes, pues añadiríamos un quinto lunes.

Cuando el 1 es martes, el 6 es domingo, el 13 también y asimismo el día 20.

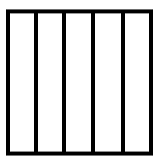
La solución es, pues, el 20 de enero de ese año es domingo.

Se comprueba al constatar que hay, efectivamente, cuatro lunes (7, 14, 21 y 28) y cuatro viernes (4, 11, 18 y 25), que el 31 es jueves y que el día 20 es domingo. Y es solución única.

La respuesta: **El 20 de enero de ese año es domingo.**

El cuadrado dividido

Si cada uno de los 5 rectángulos internos en los que está dividido el cuadrado de la figura posee un perímetro de 72 cm,
¿cuál es el área total del cuadrado?
Explica detalladamente tus razonamientos.



Mediante aritmética:

Si sumamos los perímetros de los cinco rectángulos obtenemos lo mismo que si sumásemos doce veces el lado del cuadrado: cada rectángulo suma dos veces el lado largo (lado del cuadrado) y dos veces el lado pequeño (quinta parte del lado del cuadrado.

5 x 72 = 360 cm → 360 : 12 = 30 cm es el lado del cuadrado.

Mediante álgebra:

Si llamamos a al lado menor de cada rectángulo y b al lado mayor, conocemos estas dos relaciones:

I. Como se forma un cuadrado: 5a = b
II. El perímetro de cada rectángulo es 72 cm: 2a + 2b = 72

La segunda relación podemos escribirla como 2a + 2 (5a) = 2a + 10a = 72, de donde deducimos que a = 6.

Por tanto, el lado del cuadrado es 5 x 6 = 30 cm.

Y, en ambos casos, su área es $S = 30^2 = 30 \times 30 = 900\ cm^2$.

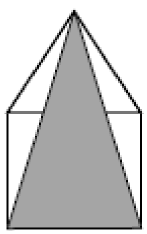
La solución: el lado del cuadrado mide 30 cm y su área 900 cm^2.

La comprobación: cada rectángulo tiene de área $a \times b = 6 \times 30 = 180\ cm^2$. Como hay cinco rectángulos iguales 5 x 180 = 900 cm^2. Es solución única.

La respuesta: **El lado del cuadrado mide 30 cm y su área total de 900 cm^2.**

En el siguiente problema hemos de pedir perdón pues se nos olvidó señalar el ángulo x. Se trata del ángulo inferior derecho del triángulo gris. Aunque dada la inteligencia de nuestros lectores estamos totalmente seguros que intuyeron que ése el ángulo por el que preguntaba el problema.

Un triángulo especial



Uno de los lados de un triángulo equilátero coincide con el lado de un cuadrado. Se construye un triángulo de la forma sombreada que se muestra en la figura adjunta.

1. **Calcula la medida del ángulo inferior derecho del triángulo gris.**
2. **Sabiendo que el lado del cuadrado mide *a* centímetros, averigua el área del triángulo sombreado.**

El triángulo ABC (A: vértice superior del triángulo; B: vértice superior derecho del cuadrado; C: vértice inferior derecho del cuadrado) es isósceles porque AB y BC miden lo mismo. Ambos lados son iguales por construcción.

Su ángulo B está formado como suma del ángulo recto del cuadrado y el ángulo del triángulo equilátero, por tanto, mide 90° + 60° = 150°.

Si llamamos α al ángulo agudo, teniendo en cuenta que al ser isósceles ambos son iguales, tenemos que $2\alpha + 150° = 180° \rightarrow 2\alpha = 180° - 150° \rightarrow \alpha = 30° : 2 = 15°$.

El ángulo buscado es complementario de α y mide $x = 90° - 15° = 75°$.

Para calcular el área del triángulo sombreado necesitamos conocer su altura ya que la base es el lado **a** del cuadrado. Dicha altura es la suma del lado del cuadrado y la altura del triángulo equilátero de lado **a**.

Dicha altura es $h = a + a\sqrt{3} / 2$.

Por tanto, el área es $S = a (a + a\sqrt{3} / 2) / 2$.

Simplificada: $S = a^2 (1 + \sqrt{3} / 2) / 2 = a^2 (2 + \sqrt{3}) / 4$.

La solución es: El ángulo mide 75°. El área es $a^2 (2 + \sqrt{3}) / 4$ cm^2.

Para comprobarla probamos a sumar todos los ángulos para comprobar la validez de los cálculos. Utilizar el teorema de Pitágoras para comprobar la corrección en el cálculo del área. Es solución única.

Las respuestas son: **El ángulo inferior derecho del triángulo gris mide 75°. El área del triángulo sombreado es a^2 $(2 + \sqrt{3}) / 4$ cm^2.**

El camión de savonex

El lunes la empresa Savonex ha producido 279 cajas de pastillas de jabón. Para transportarlas el camión de la fábrica realiza varios viajes, en todos ellos va completamente cargado, quedando 3 cajas para ser transportadas el martes.

El martes la fábrica produce 216 cajas y el camión realiza 2 viajes menos que el día anterior, todos ellos con el camión completamente cargado, salvo el último viaje en el que quedaba sitio para 11 cajas.

a) ¿Cuántos viajes hizo el martes?
b) ¿Cuántas cajas transporta el camión cuando va totalmente cargado?
Explica detalladamente tus razonamientos.

Organizando con **razonamiento aritmético**:

El primer día, lunes, el camión ha transportado 279 – 3 = 276 cajas.

Al día siguiente, martes, habría transportado si hubiese ido lleno 216 + 3 + 11 = 230 cajas.

La diferencia, 276 – 230 = 46 cajas se corresponde con lo que transporta en los dos viajes más del lunes. O sea, 46 : 2 = 23 cajas por viaje.

Averiguar cuántos viajes hizo el lunes o el martes es simplemente dividir:

279 : 23 = 12 (resto 3)

219 : 23 = 9 (resto 12) → = 10 (resto por exceso 23 – 12 = 11)

El lunes realiza 12 viajes y el martes 10 (dos menos).

Organizando con **razonamiento algebraico**:

Resolver el sistema de ecuaciones, donde *n* representa el número de viajes del primer día y *c* el número de cajas por camión:

$$\left.\begin{array}{l} n\,c + 3 = 279 \\ (n - 2)\,c - 11 = 219 \end{array}\right\}$$

Restando miembro a miembro

n c + 3 – (n – 2) c + 11 = 279 – 219 → n c + 3 – n c + 2c + 11 = 279 – 219 → 2c + 14 = 60 → 2c = 60 – 14 → 2c = 46 → c = 23

Determinar el número de viajes del primer día:

23n + 3 = 279 → 23n = 276 → n = 276: 23 = 12.

Y del segundo día: 12 – 2 = 10.

Mediante **ensayos** sucesivos organizados:

Utilizaríamos, por ejemplo, la siguiente tabla:

Día	Cajas/Viaje	Nº Viajes	Total	Comentario
Lunes	10	276 : 10	27,6	No exacto
Martes	10	230 : 10	23	Dif > 2
Lunes	20	276 : 20	13,8	No exacto
Martes	20	230 : 20	11,5	Dif > 2
Lunes	30	276 : 30	9,2	No exacto
Martes	30	230 : 30	7,6	Dif < 2
Lunes	23	276 : 23	12	Valores exactos
Martes	23	230 : 23	10	Dif = 2

Con lo cual volvemos a tener las soluciones ya encontradas para el número de cajas transportadas en cada viaje y al número de viajes de cada día.

La solución es: El primer día hizo 12 viajes y el segundo día 10 viajes. En cada viaje cargó 23 cajas.

La comprobamos así:

279 : 23 = 12 (resto 3) → hace 12 viajes de 23 y sobran 3 cajas para el día siguiente

219 : 23 = 9 (resto 12) → = 10 (resto por exceso 23 – 12 = 11) hace 10 viajes y en el último viaje sobra sitio para 11 cajas

El lunes realiza 12 viajes y el martes 10 (dos menos). Es solución única.

La respuesta: **El martes hizo 10 viajes. Cuando va totalmente cargado el camión lleva 23 cajas en cada viaje.**

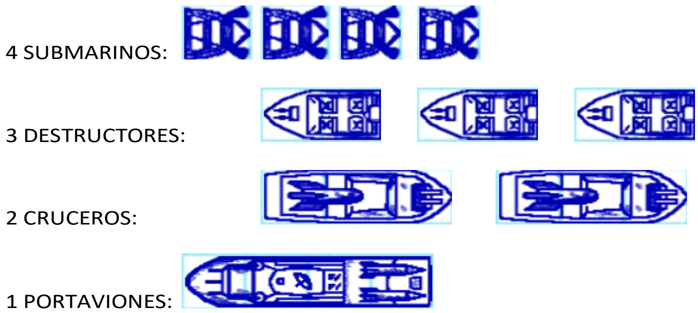
Prueba práctica: desafío del juego de los "barquitos" o "batalla naval"

Todos hemos jugado alguna vez a este juego. Es esta cuadrícula de 10x10 casillas se han de colocar diez barcos: 4 submarinos (1x1), 3 destructores (2x1), 2 cruceros de guerra (3x1) y un portaviones (4x1). Los barcos deben colocarse en el tablero sin que contacten entre si, ni siquiera en las esquinas.

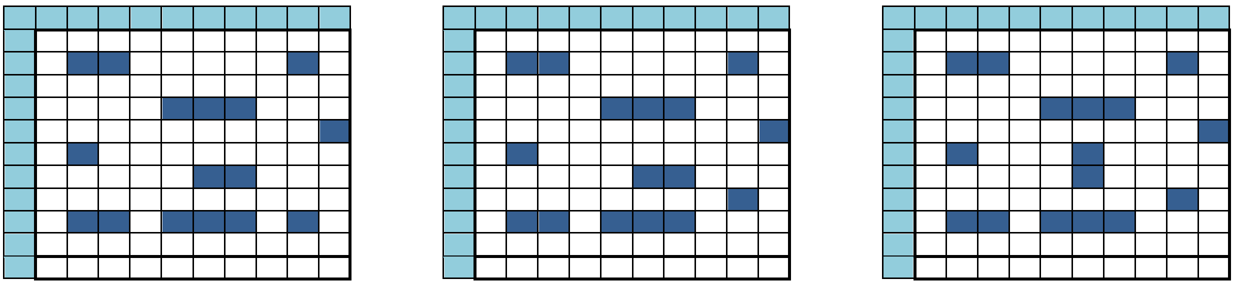
El desafío consiste en colocar todos los barcos menos el portaviones, de tal manera que este barco se quede sin sitio donde ser colocado. Es decir, debes colocar todos los 9 barcos más pequeños de manera tal que sea imposible colocar el portaviones cumpliendo con la regla del primer párrafo. No valen las soluciones obtenidas por giros o simetrías de otras.

Tienes varios tableros reproducidos a menor tamaño para que dibujes las soluciones que encuentres. Cada solución correcta es un punto al que se le podrá aplicar un coeficiente para sumar en el resultado al resto de la Prueba Final.

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
A										
B										
C										
D										
E										
F										
G										
H										
I										
J										

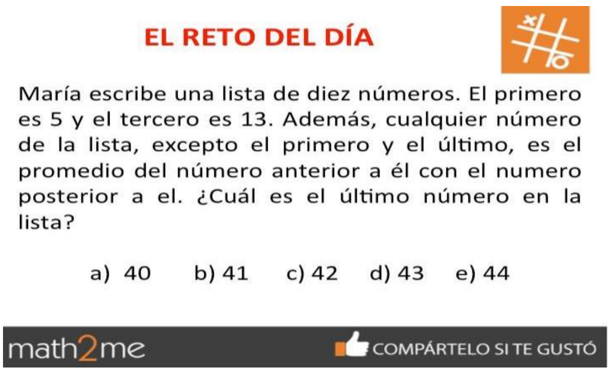


Alguna de las soluciones (no olvidar que los barcos pueden estar en contacto con los bordes del tablero y en posición vertical u horizontal):



Etc.

Ahora presentamos las soluciones de los problemas extraídos del blog “Mates y Más”.



EL RETO DEL DÍA

María escribe una lista de diez números. El primero es 5 y el tercero es 13. Además, cualquier número de la lista, excepto el primero y el último, es el promedio del número anterior a él con el numero posterior a el. ¿Cuál es el último número en la lista?

a) 40 b) 41 c) 42 d) 43 e) 44

math2me COMPÁRTELO SI TE GUSTÓ

Hacemos la lista de diez números:

1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º	9º	10º
5		13							

El 2º número es el promedio del 1º y el 3º, por tanto (5 + 13) : 2 = 18 : 2 = 9.

1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º	9º	10º
5	**9**	13							

Cada número siguiente en la lista se obtendrá así:

$(a_n + a_{n+2}) : 2 = a_{n+1}$ De donde: $a_{n+2} = 2\,a_{n+1} - a_n$

Es decir: $a_4 = 2 \times 13 - 9 = 26 - 9 = 17$

Y así sucesivamente:

$a_5 = 2 \times 17 - 13 = 34 - 13 = 21$

$a_6 = 2 \times 21 - 17 = 42 - 17 = 25$

$a_7 = 2 \times 25 - 21 = 50 - 21 = 29$

$a_8 = 2 \times 29 - 25 = 58 - 25 = 33$

$a_9 = 2 \times 33 - 29 = 66 - 29 = 37$

$a_{10} = 2 \times 37 - 33 = 74 - 33 = 41$

1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º	9º	10º
5	**9**	13	**17**	**21**	**25**	**29**	**33**	**37**	**41**

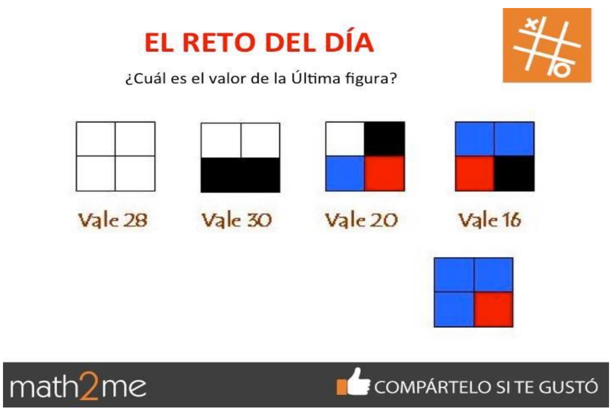
También podríamos haber descubierto el patrón de formación a partir del tercero (sumar 4 al anterior).

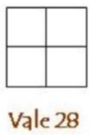
La lista completa es: 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33, 37, 41. La solución es única.

Comprobar un par de números de la lista como promedio de los dos que le rodean para verificar la corrección de los cálculos.

25 = (29 + 21) : 2 = 50 : 2 = 25

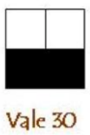
El último número de la lista, el décimo, es 41.





Para el primer cuadrado:

Es evidente que al ser los cuatro iguales 28 : 4 = 7. Cada cuadrado blanco vale 7.



Para el segundo cuadrado:

Como hay dos cuadrados blancos 2 x 7 = 14; 30 – 14 = 16; 16 : 2 = 8.

Cada cuadrado negro vale 8.

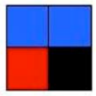
<u>Para el tercer cuadrado:</u>

Vale 20

Como hay uno negro y uno blanco 20 – (7 + 8) = 20 – 15 = 5

Tenemos cuatro posibilidades para azul y rojo: 3 y 2 o 4 y 1, o viceversa.

Para averiguar cuál de ellas es la correcta probamos en la siguiente figura.



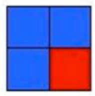
Vale 16

<u>Para el cuarto cuadrado:</u>

1 negro	1 rojo	2 azules	total	Valoración
8	3	2 x 2 = 4	8 + 3 + 4 = 15	NO da 16
8	2	3 x 2 = 6	8 + 2 + 6 = 16	SÍ da 16
8	4	1 x 2 = 2	8 + 4 + 2 = 14	NO da 16
8	1	4 x 2 = 8	8 + 1 + 8 = 17	NO da 16

Por tanto, el rojo vale 2 y el azul vale 3.

<u>Para el quinto y último cuadrado:</u>



Aplicando los valores obtenidos con anterioridad, tenemos 3 x 3 + 2 = 9 + 2 = 11

Vale 11. El cálculo realizado es equivalente a 3 + 3 + 3 + 2 = 11. La solución es única.

La última figura tiene un valor de 11.

Se pueden utilizar cuatro fichas blancas del juego de damas y pintar en cada cara de las fichas, por un lado y por otro, las dos caras (feliz-triste). Jugar con ellas hasta encontrar la solución al problema.

Mejor es trabajar de manera organizada, mediante una tabla como la que aparece aquí abajo. Empezaremos por la jugada “tocar B”.

Jugada	Acción	A	B	C	D
1ª		☺	☹	☺	☹
2ª	Tocar B	☹	☺	☹	☹
3ª	Tocar A	☺	☹	☹	☹
4ª	Tocar C	☺	☺	☺	☺
5ª					

Esta es una solución: B–A–C.

Esta solución parece mínima. Para asegurarse de ello trabajaremos por ensayo y error, empezando a tocar cada vez por una pieza distinta. Lo haremos de manera organizada, teniendo en cuenta que la formación es simétrica y lo que hagamos desde la izquierda se puede repetir igualmente por la derecha.

Ya hemos empezado por B, ahora conviene repetir la acción y cambiar la segunda jugada, primero por "tocar C" y después por "tocar D".

Jugada	Acción	A	B	C	D
1ª		☺	☹	☺	☹
2ª	Tocar B	☹	☺	☹	☹
3ª	Tocar C	☹	☹	☺	☺
4ª	Tocar A	☺	☺	☺	☺
5ª					

Una segunda solución diferente a la primera: B–C–A.

Jugada	Acción	A	B	C	D
1ª		☺	☹	☺	☹
2ª	Tocar B	☹	☺	☹	☹
3ª	Tocar D	☺	☹	☹	☹
4ª	Tocar C	☺	☺	☺	☺
5ª					

Solución: B–D–C.

Ahora repetiremos la acción haciendo como primera jugada “tocar A” y, a continuación “tocar B”

Jugada	Acción	A	B	C	D
1ª		☺	☹	☺	☹
2ª	Tocar A	☹	☺	☺	☹
3ª	Tocar B	☺	☹	☹	☹
4ª	Tocar C	☺	☺	☺	☺
5ª					

Una segunda solución diferente a la primera y a la segunda: A–B–C.

Ahora repetiremos la acción haciendo como primera jugada “tocar A” y, a continuación “tocar C”.

Jugada	Acción	A	B	C	D
1ª		☺	☹	☺	☹
2ª	Tocar A	☹	☺	☺	☹
3ª	Tocar C	☹	☹	☹	☺
4ª	Tocar B	☺	☺	☺	☺
5ª					

Nueva solución: A–C–B.

Y, finalmente, repetiremos la acción haciendo como primera jugada “tocar A” y, a continuación, “tocar D”.

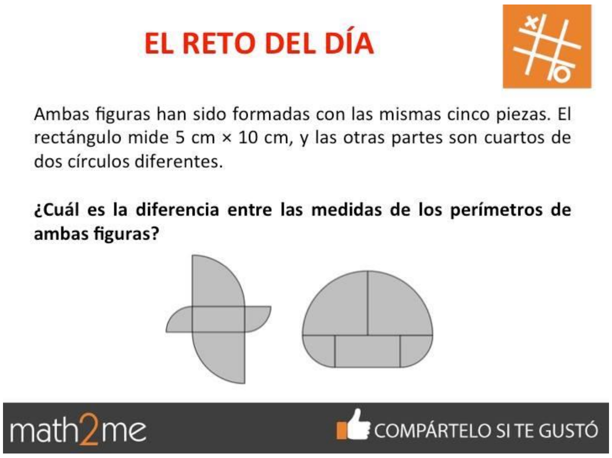
Jugada	Acción	A	B	C	D
1ª		☺	☹	☺	☹
2ª	Tocar A	☹	☺	☺	☹
3ª	Tocar D	☹	☺	☹	☹
4ª	Tocar C	☹	☹	☺	☺
5ª	Tocar A	☺	☺	☺	☺

Tres toques. Tocar las fichas en el orden indicado: B–A–C; B–C–A; B–D–C; A–B–C; A–C–B, y sus respectivas simétricas (izquierda por derecha y viceversa).

Realizar las cinco soluciones presentadas (por ejemplo, sobre el modelo indicado más arriba) y verificar que todas ellas conducen en tres toques a la situación final con todas las caras felices.

Solución múltiple para tres toques. Hay más soluciones con más toques, pero ya no cumplen la condición de ser mínimas.

El menor número de veces que se tiene que tocar alguna cara para lograr que todas sean carita feliz es de tres toques. Hay diez posibilidades, cinco de ellas las siguientes: tocar las fichas en el orden indicado: B-A-C; B-C-A; B-D-C; A-B-C; A-C-B, y las otras cinco sus respectivas simétricas (izquierda por derecha y viceversa, cambiar A por D, B por C, C por B y D por A).



Se puede recortar uno de los dibujos y tener así las cinco piezas. Formar con ellas los dos dibujos. Ver cómo cambia el perímetro al cambiar la posición de las piezas y comparar ambas figuras. Deducir dónde está la diferencia entre las dos configuraciones.

Se puede organizar la información por razonamiento directo.

Ver que los cuatro arcos siguen presentes en las dos configuraciones. Los tramos rectos constituyen la diferencia. En el primer dibujo aparece dos veces el largo del rectángulo y otras dos veces el ancho del mismo. En el segundo dibujo aparece una sola vez el largo del rectángulo.

Por tanto, el primer dibujo tiene un perímetro mayor que el segundo. Y la diferencia entre ambos es exactamente de dos anchos y un largo; es decir, 2 x 5 + 10 = 20 cm.

También se puede organizar aritméticamente la información.

Comprender que los círculos tienen como radios respectivos el largo y el ancho del rectángulo. El perímetro del mayor es $2\,\pi \cdot 10 = 20\,\pi$ cm. El perímetro del menor es $2\,\pi \cdot 5 = 10\,\pi$ cm. En cada dibujo están presentes dos cuartos de cada círculo, es decir, un semicírculo de cada tipo, o sea, $10\,\pi$ cm y $5\,\pi$ cm. En total, $15\,\pi$ cm.

Además, en el primer dibujo aparece dos veces el largo del rectángulo y otras dos veces el ancho del mismo. El perímetro total de la figura es $15\,\pi + 2\,(10 + 5) = 15\,\pi + 30$ cm.

En el segundo dibujo aparece una sola vez el largo del rectángulo. El perímetro total de esta figura es, pues, $15\,\pi + 10$ cm.

La diferencia entre ambas: (15 π + 30) – (15 π + 10) = 20 cm.

Cuando se realiza el problema de una de las maneras expresadas, la comprobación se puede hacer de la otra. La solución es única.

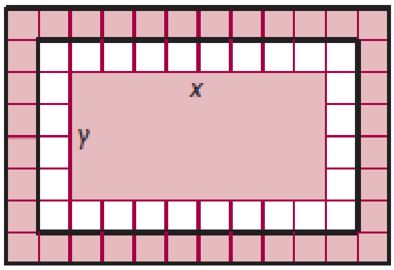
La diferencia entre los perímetros de las dos figuras es de 20 cm.

Ahora le toca al que obtuvimos de la revista “*Educaçao e Matematica”*, nº 132, de la sección Problemas de Prof-Mat (2015).

Mármol en la plaza

El municipio de Évora tiene la intención de construir en la plaza Sertório un área rectangular (no cuadrada) pavimentada con mármol, en torno a la cual luego se colocarán varios bancos de jardín y algunos árboles para hacer sombra.

Para ello, encargó placas cuadradas de mármol que midan un metro de lado. Cierto número de placas de mármol de color rosa formarían un rectángulo más pequeño y un número diferente de placas de mármol verde crearían una banda de ancho constante alrededor de la zona rosa.



La orden ya había sido dada cuando el alcalde pensó que sería más bonito un rectángulo central verde con un borde de color rosa.

- No importa - dijo el técnico responsable después de hacer algunos cálculos. - Casualmente, sin tener que cortar ninguna placa, se puede hacer una banda rosa, un poco más grande de lo previsto, alrededor de un rectángulo verde central. Por otra parte, se trata de una zona pavimentada con un área más pequeña a la que podría haberse realizado.

¿Cuál es el área de la zona rectangular a pavimentar y cuántas placas de cada color se usarán?

La solución está tomada directamente de la revista y es la que presentó la concursante María Isabel Viana

Confeccionamos un dibujo geométrico que represente la plaza.

Primero vamos a ver lo que sucede si, en el proyecto inicial, el friso de placas de mármol verde tuviese 1 metro de ancho, y si, en la versión final, la banda rosa quedase con 2 metros de ancho.

Sean x e y las dimensiones, en metros, del rectángulo central verde que se va a construir, como se ejemplifica en esta figura.

Estos valores deben ser números naturales, ya que no se corta ninguna placa.

La faja verde (con un metro de ancho), que inicialmente iría alrededor del rectángulo rosa, debe tener la misma área que el rectángulo central verde que será construido finalmente, ya que utilizan el mismo número de placas verdes. O sea,

$$x \cdot y = (x + 4) + (x + 4) + (y + 2) + (y + 2)$$

Esta ecuación, resuelta con respecto a y, toma el aspecto

y = (2x + 12)/(x – 2)

Suponiendo que *x* es mayor que *y* (no pueden ser iguales ya que la zona no es cuadrada), las únicas soluciones posibles para *x* e *y* (números naturales) son:

a) x = 18 e y = 3, correspondientes a un área central con 54 cuadrados de mármol verde, y un contorno con 100 cuadrados de mármol rosa, totalizando 154 placas, o

b) x = 10 e y = 4, correspondientes a un área central con 40 cuadrados de mármol verde, y un contorno con 72 cuadrados de mármol rosa, totalizando 112 placas.

Por lo tanto, si en el proyecto inicial el friso de placas de mármol verde tuvieran 1 metro de ancho y si el borde rosa de la versión final quedara con 2 metros de ancho, como tenemos que elegir el área menor posible, deberá ser x = 10 e y = 4 (solución probable).

Cuanto mayor sea la anchura del borde previsto inicialmente, mayor tendrá que ser el área total a pavimentar. De hecho, haciendo algunos cálculos, podemos deducir que, para un friso previsto de placas de mármol verde con n metros de ancho, y el borde final en rosa con n+1 metros, la relación entre *x* e *y* es

$y = (2nx + 4n^2 + 8n)/(x – 2n)$

O sea, cuanto mayor sea el valor de *n*, mayores tendrán que ser los valores de *x* y de *y*.

Veamos, por ejemplo, la posibilidad de que, en el plano inicial, el friso de placas de mármol verde tenga 2 metros de ancho y el borde rosa, en el plano final, tenga 3 metros de ancho.

La ecuación ahora sería:

$x \cdot y = 4(x + 6) + 4(y + 2)$, o sea $y = (4x + 32)/(x – 4)$

Sus soluciones son los pares (12, 10), (16, 8), (20, 7), (28, 6) y (52, 5).

La de menor área es x = 12 e y = 10. Pero en este caso el área total es 288 m^2 (muy superior a 112 m^2).

El área es 112 m^2, con 40 placas verdes y 72 placas de color rosa.

Verificar que se cumplen las condiciones.

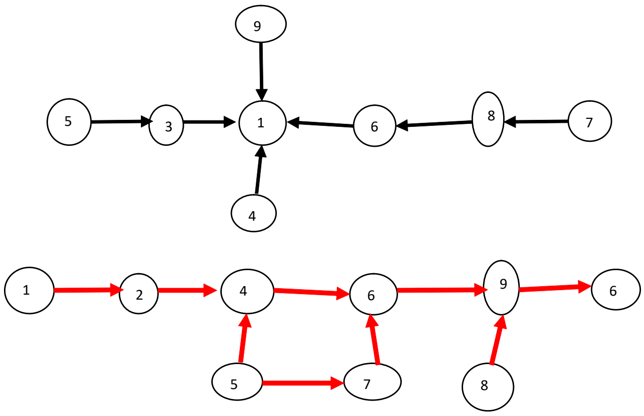
Solución única.

El área de la zona rectangular a pavimentar es 112 m^2, y serán usadas 40 placas verdes y 72 placas de color rosa.

Y, finalmente, también el que se tomó de "*El gran libro de juegos para la mente*" de *Ivan Moscovich*, problema 88.

Visitando el yacimiento arqueológico

En un yacimiento arqueológico hay 9 cavernas conectadas por pasadizos, todos de sentido único menos uno. Unos pasadizos están marcados en color rojo y otros en negro.



Las cavernas las hemos numerado de 1 a 9 y están unidas por los pasillos según estos esquemas que hizo el guía con el que se visita el yacimiento. Las flechas indican el sentido en que se puede ir de una a otra caverna, los pasillos no se cruzan y al menos 3 pasadizos llegan o salen de cada cueva.

Resuelve las siguientes cuestiones:

a) ¿Qué dos cavernas están unidas por un pasillo de doble sentido?

b) Dibuja un esquema con las cuevas y los pasadizos que las unen, indicando con flechas negras y rojas el sentido en que se pueden recorrer y su color.

c) Finalizada la visita, el guía quiere reunir en una de las cavernas a todos los asistentes, que se hallan dispersos por las cuevas, dando una única instrucción a todos (por el sistema de megafonía), diciéndoles qué pasillos (color) y en qué orden, deben hacer el recorrido. Por ejemplo: salir por el negro, luego otros dos negros y por último uno rojo.

c1) ¿Qué instrucción sería para que el número de pasillos recorridos sea mínimo?

c2) ¿En cuál de las cavernas acabarán todos reunidos?

c3) ¿Cuál es la única cueva desde la que tienes dos itinerarios distintos para ir al punto de reunión?

d) Si quisiera un recorrido más corto de solo dos pasillos, ¿cuál podría ser la instrucción? ¿Desde qué cavernas no se podría cumplir?

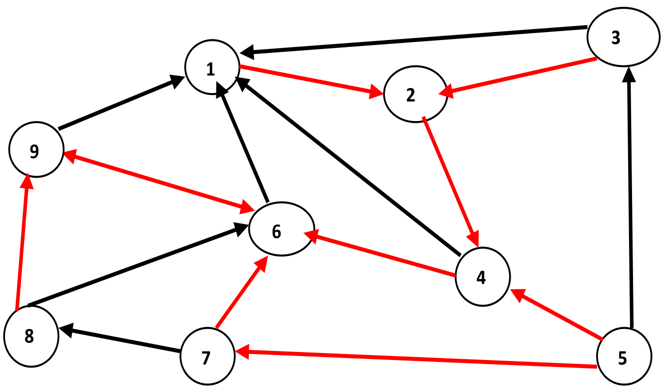
SOLUCIÓN.

a) La 6 y la 9 (rojo)

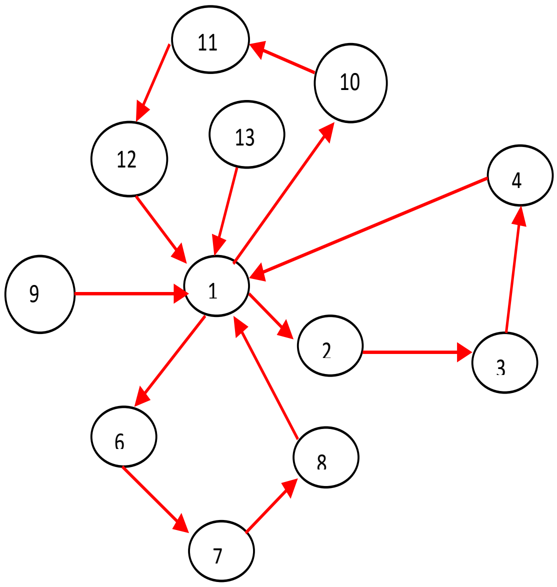
c1) RRN

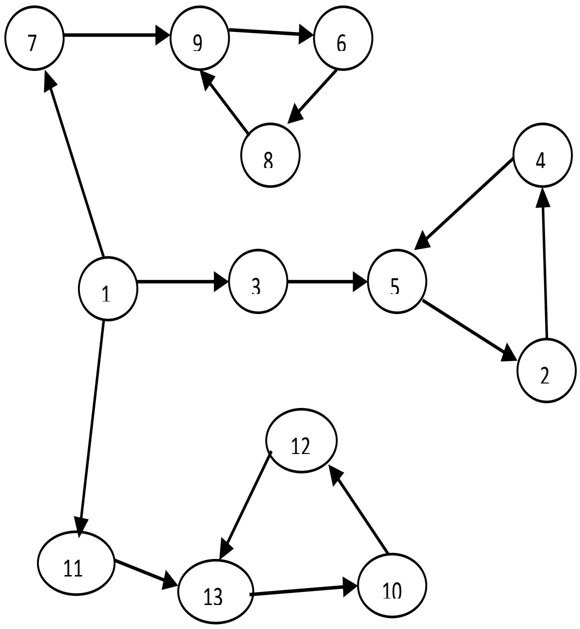
c2) En la 1

c3) La 5



Veamos este problema que tiene 13 cavernas y los pasillos se cruzan. Los grafos de los recorridos son los siguientes:





¿Pueden dibujar el yacimiento? ¿Podemos resolver las mismas cuestiones planteadas en el problema anterior? Esperamos sus comentarios.

Y, como era de esperar, una nueva propuesta para dar que pensar a nuestros lectores. Proviene del número 102 de *Educação e Matemática*. La sección de problemas ("El problema de este número") tiene como coordinador al profesor José Paulo Viana.

La moneda falsa

Tenemos 12 monedas de oro, aparentemente iguales, solo que una es falsa y pesa menos que las otras. Desconocemos el peso de las monedas. A nuestra disposición hay una balanza, de las que nos indican el peso de lo que colocamos en su plato. **¿Qué método debemos seguir para garantizar que siempre descubrimos la moneda falsa en cuatro pesadas?**

Problema adicional: Si tuviéramos derecho a seis pesadas, **¿cuál es el mayor conjunto de monedas para el que conseguimos siempre encontrar la moneda falsa?**

Y tenemos que seguir insistiendo a fuerza de ser pesados: resuelvan los problemas, singulares y alejados de los cotidianos; utilícenlos con los alumnos y, sobre todo, aporten sus comentarios a la revista, sus soluciones e, incluso, nuevas propuestas. O, simplemente, cuéntennos lo sucedido en el transcurso de la clase en que probaron el problema. Queremos pensar que nuestras propuestas tienen uso en el aula. Eso nos alegraría mucho y también al resto de lectores. Vamos, anímense…

Como siempre, aguardamos sus noticias a la espera de la próxima edición de la revista NÚMEROS Revista de Didáctica de las Matemáticas

Un saludo afectuoso del **Club Matemático.**