

## Graduación de la dificultad en juegos de intercambio de posiciones: Un ejemplo con *El Salto de la Rana* (1ª parte)

J.A. Rupérez Padrón y M.García Déniz  
-Club Matemático-

Un juego o puzzle de intercambio de posiciones es aquel en el que, sobre un tablero, se encuentran posicionados dos grupos de fichas y se presenta como objetivo cambiar entre sí dichas posiciones. El cambio se ha de hacer con ciertas reglas que atañen al modo de moverse las fichas. Por lo general, el movimiento puede ser:

- por **deslizamiento**, una ficha puede mover a la casilla contigua vacía;
- por **salto**, una ficha puede saltar sobre una ficha contraria para situarse en la casilla vacía inmediata.

Normalmente el **salto** conlleva sólo desplazamiento, aunque en algunos juegos se deba hacer **comiendo**, es decir, eliminando la ficha saltada. En este caso, pues, ya no es necesario intercambiar los dos grupos de fichas, sino eliminar al grupo contrario o llegar a su posición con cualquier cantidad de fichas. En otros juegos se elimina el **salto** y lo que se pide es **inmovilizar** las fichas del contrario. Ambos tipos de juegos no se consideran como de intercambio, sino de guerra o de bloqueo.

Un juego de intercambio requiere, habitualmente, dos o más contrincantes con grupos numerosos de fichas y un tablero, por lo general complejo. Estaríamos ante los juegos de la familia del Halma, el más conocido de los cuales sería el de las Damas Chinas que se juega sobre un tablero hexagonal en forma de estrella.

Algunos juegos de intercambio sólo utilizan uno de los dos movimientos, **deslizamiento** o **salto**, mientras que otros utilizan una combinación de ambos movimientos.

Un puzzle o rompecabezas de intercambio sólo requiere un jugador y, aunque hay dos grupos de fichas, su número es menor y el tablero más elemental.

Suelen aparecer en forma de problema de ingenio, con tableros dibujados, sobre los que se pueden usar monedas de diferente valor o botones de dos colores como fichas.

Se pueden considerar como puzzles secuenciales ya que buscar la solución es encontrar una secuencia de movimientos que conduzcan al objetivo. En la mayoría de los casos esa secuencia es única, especialmente si se impide el retroceso de las fichas. En el resto de casos, uno de los alicientes del puzzle consiste en minimizar el número de movimientos una vez encontrada la solución.

Vamos a analizar uno de los más conocidos y simples de estos puzzles: "El Salto de la Rana" y, al final, propondremos algún otro rompecabezas de esta entretenida familia.

### EL SALTO DE LA RANA



Se trata de uno de los puzzles más populares del Komando Matemático. Se presenta en varios formatos para que pueda ser jugado por niños pequeños y también por otros mayores, con distintos grados de dificultad y con diferentes presentaciones a cual más atractiva. Nos da la oportunidad a los monitores de enseñar a pensar siguiendo un procedimiento lógico, científico y proponer tareas de resolución con utilización de diferentes estrategias de pensamiento, entre las que destacan la búsqueda de patrones, el ensayo y error o la generalización de situaciones sencillas.

Es un puzzle solitario de movimientos secuenciales. Una versión consiste en un tablero longitudinal de 9 casillas, situando cuatro ranas rojas en un lado y cuatro ranas amarillas en el otro, enfrentadas, y dejando la casilla central, obviamente, libre.

Hay que intercambiar las posiciones de las ranas en el menor número posible de movimientos, siguiendo las reglas de los puzzles de intercambio de salto y deslizamiento.

Una rana puede realizar uno de estos dos movimientos:

- Deslizar a una casilla contigua vacía.
- Saltar sobre una rana contraria si la casilla siguiente está vacía.

Es importante tener en cuenta que las ranas de cada bando sólo pueden avanzar en su propia dirección, nunca retroceder.



A continuación presentamos la ficha del Komando, tal y como figura en los documentos de “**Ciencia en Acción**”, con algún añadido específico para esta publicación.



## FICHA

### NOMBRE DEL EXPERIMENTO:

- o Comando Matemático.
- o Experimento: **El salto de la rana.**

### AUTOR:

**M. García Déniz** (Coordinador), **J. A. Rupérez**, **Lola de la Coba**, **Jesús Méndez**, **Carmen Tavío**, **Miriam Méndez**, **Laura Fernández**, **Sergio Darias**, **Jose Rojas**, **Luis Balbuena**, **M<sup>a</sup> Esther Díaz**, **Luis Marino Aguiar**, **Francisco Aguiar**, **Fidela Velázquez**, **Pilar Acosta**, **Emma Mora**, **Valentín Rodríguez**, **Carlos Duque.**

Miembros de la Sociedad Canaria “Isaac Newton de Profesores de Matemáticas. e-mail:

[mgarden@gobiernodecanarias.org](mailto:mgarden@gobiernodecanarias.org).

### CATEGORÍA:

- o Laboratorio de Matemáticas. Taller manipulativo para grandes grupos.

### PALABRAS CLAVE:

- o Problemas materializados. Matemagia. Taller itinerante. Estrategias. Modelos de pensamiento.

### ¿QUÉ SE PRETENDE MOSTRAR?:

En este experimento concreto se pretende mostrar un puzzle de movimientos secuenciales para poner de manifiesto con él cómo el uso de un riguroso sistema de pensamiento permite resolver el puzzle en un número preciso de movimientos y sin fallo alguno.

### DIRIGIDO A:

- o Gran Público
- o Primaria
- o Secundaria
- o Universidad

### MATERIALES NECESARIOS:

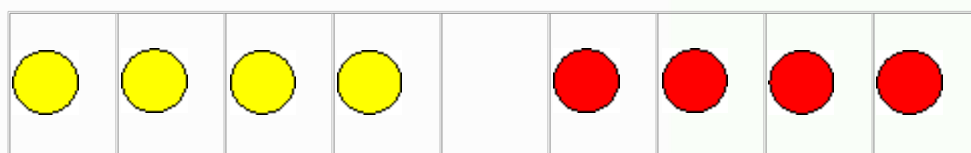
El material necesario es uno o varios tableros de juego del Salto de la Rana, con distinto número de piezas según la edad o el nivel del usuario:

- Tablero de tamaño grande.
- Ranas de dos colores que simulan las piezas del juego en número adecuado.
- la información (carteles, instrucciones, reglas, etc.) mínima para comenzar el trabajo,

### Ficha-problema (tomada de Luis Ferrero):

El salto de la rana

Coloca cuatro fichas de un color sobre los círculos de la izquierda y otras cuatro fichas de otro color sobre los círculos de la derecha.		El objetivo de este juego consiste en cambiar las fichas de lugar: las fichas de la izquierda deben ir a la derecha, y viceversa.
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------



Reglas del juego:

- 1ª. Las fichas de la izquierda sólo se pueden mover hacia la derecha.
- 2ª. Las fichas de la derecha sólo se pueden mover hacia la izquierda.
- 3ª. En cada movimiento sólo se puede mover una ficha.
- 4ª. En cada casilla no puede haber más de una ficha.
- 5ª. Cada ficha se mueve hacia una casilla vacía:
  - a) Deslizándose, si es contigua;
  - b) saltando sobre una ficha contraria, si la siguiente es la vacía.
- 6ª. No se puede saltar sobre una ficha del mismo color ni sobre más de una ficha contraria.

**¿Cuántos movimientos son necesarios para efectuar el intercambio?**

**¿Cuántos movimientos harían falta si se trata de intercambiar diez fichas de cada color?**

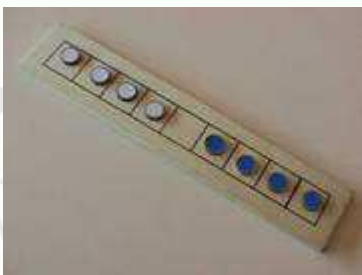
Para contestar a esta pregunta no es necesario construir un tablero de las características indicadas. Trata de hacerlo razonando y con ayuda de una tabla.

Tabla de doble entrada, útil para registrar lo realizado:

Número de fichas en cada lado	1	2	3	4	5	...	10	n
Nº de movimientos necesarios para intercambiarlas						.		
Expresión de la regularidad						...		

### DESCRIPCIÓN CLARA DEL EXPERIMENTO:

El visitante se acerca al juego, lee las instrucciones y trata de resolverlo. El monitor le observa. Se acerca y le habla sólo para indicarle el uso correcto de las reglas. Le deja que se familiarice con el juego y está a la espera de la petición de ayuda. Cuando eso ocurre se acerca y le enseña el proceso de pensamiento que debe utilizar para encontrar la solución correcta en el número mínimo de movimientos. Ese proceso es el siguiente:



1º) Analizar los movimientos posibles que puede efectuar. Para este paso se utiliza un tablero con 5 casillas y cuatro ranas, dos de cada color buscando que comience con pocos elementos y así, debe darse cuenta que el movimiento siempre está marcado por la casilla vacía y que siempre habrá dos ranas que puedan ocuparla. Debe pues determinar qué dos ranas pueden saltar allí y qué tipo de movimiento requiere (salto o deslizamiento). A veces es necesario poner únicamente dos ranas en el tablero para que vea los dos tipos de movimientos posibles.

2º) Debe aprender a valorar cada uno de esos movimientos, mentalmente, antes de efectuarlos. Pueden ser los dos idénticos (sólo ocurre en el movimiento inicial). Pero lo

normal es que uno sea bueno y el otro sea malo. Para esta valoración hará falta un criterio. Se le hace razonar sobre cuál será ese criterio, que deberá estar en consonancia con las reglas del juego. Pronto llega a la conclusión de que el criterio deberá ser que el juego pueda continuar; para ello, el siguiente movimiento debe ser posible sin ir en contra de las reglas. Normalmente se da cuenta en seguida de que debe evitar en ese movimiento o en el siguiente la posibilidad de que dos ranas del mismo color queden en casillas contiguas.

3º) Toma de decisiones. Elegirá entonces el movimiento correcto, lo hace, y vuelve a empezar el razonamiento para el siguiente movimiento.

Cuando asimila la mecánica del proceso se mueve cada vez con más seguridad. Puede en este momento darse cuenta de algunos patrones que permitan acelerar el proceso. Se le ayuda a descubrirlo (el patrón es la alternancia de ranas de ambos colores sobre el tablero, evitando siempre la posibilidad de dos ranas del mismo color en posiciones contiguas).

Sorprendido por la sencillez y la exactitud de los movimientos, se le invita a que repita el proceso con otro tablero de distinto número de ranas. Que tome nota del número de movimientos que ha necesitado en cada caso. Que construya una tabla



para organizar la información que ha obtenido y, finalmente, a que realice una hipótesis sobre el número de movimientos que necesitaría para el siguiente tablero. Lo comprueba y generaliza dicha hipótesis para un tablero de cualquier tamaño.



Es importante la edad y el nivel de la persona que juega. Aunque el juego es sumamente atractivo y engancha muy rápidamente a todos los visitantes, es conveniente llegar con cada uno a las posibilidades que tiene de antemano, respecto a edad y nivel de conocimientos. Por esa razón, con tableros de dos, tres, cuatro y cinco ranas por bando se puede trabajar perfectamente el proceso de razonamiento con personas de cualquier edad y nivel. La elaboración de hipótesis, su comprobación experimental y la generalización de la misma queda para un nivel un poco más elevado.

### ¿EXISTE ALGÚN RIESGO?

Ninguno. (¡Las ranas no muerden y el tablero de juego puede fijarse a la mesa!)

### FOTOGRAFÍAS:

- Fotos obtenidas durante actuaciones del Komando Matemático:

Damos a continuación, una primera entrega sobre **ENLACES Y REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS** que se completará en la segunda parte de este artículo

Sobre el Komando y sus actividades:

1) Luis Balbuena

“Komando Matemático”

Revista La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española

Vol. 8, nº 3, 2005, pp. 827-831.

2) Carmen M<sup>a</sup> Tavío y Jesús Manuel Méndez

“La democratización del conocimiento matemático: popularizando la geometría”

Revista UNO, nº 42, La geometría, una enseñanza imprescindible.

Editorial GRAÓ, 2006, pp. 61-70.

Sobre el Salto de la Rana:

o Es un juego muy conocido y, por tanto, existe una abundante bibliografía sobre él.

a) Sólo descripción y reglas o presentaciones

1. SMP 7-13 p. 240-6 Activities. INTERCAMBIO (SWAPS)

2. Michael Holt; “Matemáticas recreativas 3”; Martínez Roca

3. HASE HÜPF (Salto del conejo/Rabbit Hop) 2465 (Versión de HABA-Knobel-und Gesellschaftsspiele TL 28030. HABERMAAß GmbH – Postfach 1107 – 8634 Rodach)

4. Michel y Marico Raymonde; “Juegos de mesa”; Hogar del Libro, S.A.

5. Libro de texto Editorial Onda

RANAS, PULGAS Y GUERREROS

### c) Para un tratamiento más desarrollado

[1]

. Luis Ferrero – “El salto de la rana” – Experiencias, Revista Acción Educativa

El salto de la rana

Luis Ferrero – “El juego y la matemática” – La Muralla

2. El Salto de la Rana

2. Los solitarios anteriores y muchos otros vienen analizados en el libro de W. W. Rouse Ball, “Mathematical Recreations

and Essays” (Macmillan); puede consultarse también “Winning Ways”, vol. 2, de E. R. Berlekamp, J. H. Conway y R. K. Guy (Academic Press), y “Further Mathematical diversions” de Martin Gardner (Pelican).

3. W. M. Gratz – “Enigmas, entretenimientos y curiosidades matemáticas”

Un juego de peones

4. J. Mason/ L. Burton/ K. Stacey – “Pensar matemáticamente”- MEC/Labor.

El salto de la rana

5. K. Stacey/ S. Groves – “Resolver problemas: estrategias” - Narcea

9. Salto de la rana

## PARA SABER MAS

o [www.sinewton.org](http://www.sinewton.org)

Es el sitio oficial de la Sociedad Canaria Isaac Newton de Profesores de Matemáticas.

[http://www.redesc.ilce.edu.mx/redescolar/act\\_permanentes/mate/lugares/mate2r.htm](http://www.redesc.ilce.edu.mx/redescolar/act_permanentes/mate/lugares/mate2r.htm)

Es un sitio donde aparece la descripción del juego. Presenta una ilustración sencilla y las reglas.

[http://www.redesc.ilce.edu.mx/redescolar/act\\_permanentes/mate/lugares/saltora.htm](http://www.redesc.ilce.edu.mx/redescolar/act_permanentes/mate/lugares/saltora.htm)

La misma página, al final, permite acceder a una animación automática del juego que sirve de demostración y de solución al mismo tiempo.

Si se quieren sitios o páginas donde se pueda jugar directamente hay que buscarlas, por lo general, en el extranjero.

Algunas francesas e inglesas, muy sencillas se indican a continuación. Elegir una cualquiera o probarlas todas y quedarse con la que más guste. Casi todas permiten modificar el número de ranas.

<http://www.cheesygames.com/hopover?PHPSESSID=ff9137cbcaed1457f669fea4a1395f33>

<http://www.hellam.net/maths2000/frogs.html>

[http://perso.orange.fr/therese.eveillean/pages/jeux\\_mat/textes/jeu\\_grenouille.html](http://perso.orange.fr/therese.eveillean/pages/jeux_mat/textes/jeu_grenouille.html)

<http://perso.orange.fr/jean-paul.davalan/jeux/solitaires/grenouilles/index.html>

Si se quisiera descargar un juego para jugarlo en casa o en el colegio sin conexión a la red, en la siguiente página pueden encontrar uno:

<http://www.winsite.com/games/puzzle/page25.html>

## OBSERVACIONES Y SUGERENCIAS

Esta actividad se complementa con otros juegos secuenciales para dar la oportunidad de contrastar el mismo método de pensamiento en otros juegos diferentes y apreciar la validez del mismo. De manera particular se contempla el juego del **Solitario Inglés** en una presentación similar a la descrita para el juego del Salto de la Rana.

En el próximo artículo haremos una segunda parte dedicada al tratamiento de este juego en la clase, donde daremos un amplio panorama sobre estrategias, notaciones, desarrollos, soluciones y ampliaciones o variantes del mismo.

### Club Matemático.

El **Club Matemático** está formado por los profesores

**José Antonio Rupérez Padrón**, del IES de **Canarias-Cabrera Pinto** (La Laguna), y

**Manuel García Déniz**, del IES **Tomás de Iriarte** (Santa Cruz de Tenerife).

[mgarciadeniz@sinewton.org](mailto:mgarciadeniz@sinewton.org) / [jaruperezpadron@sinewton.org](mailto:jaruperezpadron@sinewton.org)



[Descargar en PDF](#) [Comentarios](#)

[Contactar](#) [Colaboradores y sponsors](#) [Estadísticas](#)

Buscar

